

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**
Асимптотические методы в анализе

Код модуля
1156724(1)

Модуль
Асимптотические методы в анализе

Екатеринбург

Оценочные материалы составлены автором(ами):

№ п/п	Фамилия, имя, отчество	Ученая степень, ученое звание	Должность	Подразделение
1	Хачай Олег Юрьевич	кандидат физико-математических наук, без ученого звания	Доцент	математического анализа

Согласовано:

Управление образовательных программ

Ю.Д. Маева

Авторы:

- Хачай Олег Юрьевич, Доцент, математического анализа

1. СТРУКТУРА И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ Асимптотические методы в анализе

1.	Объем дисциплины в зачетных единицах	3	
2.	Виды аудиторных занятий	Практические/семинарские занятия	
3.	Промежуточная аттестация	Зачет	
4.	Текущая аттестация	Контрольная работа	1
		Домашняя работа	1

2. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ (ИНДИКАТОРЫ) ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ Асимптотические методы в анализе

Индикатор – это признак / сигнал/ маркер, который показывает, на каком уровне обучающийся должен освоить результаты обучения и их предъявление должно подтвердить факт освоения предметного содержания данной дисциплины, указанного в табл. 1.3 РПМ-РПД.

Таблица 1

Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения (индикаторы)	Контрольно-оценочные средства для оценивания достижения результата обучения по дисциплине
1	2	3
ОПК-1 -Способен выявлять, формулировать и решать фундаментальные и прикладные задачи в области своей профессиональной деятельности и в междисциплинарных направлениях с использованием фундаментальных знаний и практических навыков	Д-1 - Демонстрировать аналитические умения и креативное мышление З-1 - Демонстрировать понимание фундаментальных принципов, методов и подходов к решению фундаментальных и прикладных задач в профильной области деятельности и междисциплинарных направлениях П-1 - Предлагать пути решения фундаментальных и прикладных задач в профильной области деятельности и междисциплинарных направлениях, опираясь на фундаментальные законы и	Домашняя работа Зачет Контрольная работа Практические/семинарские занятия

	<p>принципы с использованием соответствующих целям подходов и методов</p> <p>У-1 - Выявлять и определять цели и пути решения фундаментальных и прикладных задач в профильной области деятельности, опираясь на фундаментальные законы и принципы, с использованием соответствующих целям подходов и методов</p>	
<p>ПК-1 -Способен применять фундаментальные знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий (Современные проблемы математики)</p>	<p>Д-1 - Демонстрировать аналитические и системные умения, способность к поиску информации</p> <p>З-2 - Классифицировать основные подходы к анализу и обобщению результатов теоретических и экспериментальных исследований</p> <p>П-2 - Иметь практический опыт научно-исследовательской деятельности в математике и информатике</p> <p>У-2 - Решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики в профильной области деятельности и междисциплинарных направлениях</p>	<p>Домашняя работа</p> <p>Зачет</p> <p>Контрольная работа</p>
<p>ПК-2 -Способен анализировать и обрабатывать научную информацию и результаты исследований (Современные проблемы математики)</p>	<p>З-3 - Характеризовать актуальные направления теоретических исследований и областей их применения</p> <p>У-1 - Анализировать научные проблемы по тематике проводимых исследований и разработок</p>	<p>Домашняя работа</p> <p>Зачет</p> <p>Контрольная работа</p> <p>Практические/семинарские занятия</p>

3. ПРОЦЕДУРЫ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ В РАМКАХ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ В БАЛЬНО-РЕЙТИНГОВОЙ СИСТЕМЕ (ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА БРС)

3.1. Процедуры текущей и промежуточной аттестации по дисциплине

1. Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий – не предусмотрено		
Текущая аттестация на лекциях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по лекциям – нет Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – не предусмотрено		
2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий – 1		
Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>домашняя работа</i>	3,17	50
<i>контрольная работа</i>	3,17	50
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям – 0.5		
Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям – зачет Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по практическим/семинарским занятиям – 0.5		
3. Лабораторные занятия: коэффициент значимости совокупных результатов лабораторных занятий – не предусмотрено		
Текущая аттестация на лабораторных занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по лабораторным занятиям – нет Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено		
4. Онлайн-занятия: коэффициент значимости совокупных результатов онлайн-занятий – не предусмотрено		
Текущая аттестация на онлайн-занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по онлайн-занятиям – не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по онлайн-занятиям – нет Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по онлайн-занятиям – не предусмотрено		

3.2. Процедуры текущей и промежуточной аттестации курсовой работы/проекта

Текущая аттестация выполнения курсовой работы/проекта	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент текущей аттестации выполнения курсовой работы/проекта– не предусмотрено		
Весовой коэффициент промежуточной аттестации выполнения курсовой работы/проекта– защиты – не предусмотрено		

4. КРИТЕРИИ И УРОВНИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

4.1. В рамках БРС применяются утвержденные на кафедре/институте критерии (признаки) оценивания достижений студентов по дисциплине модуля (табл. 4) в рамках контрольно-оценочных мероприятий на соответствие указанным в табл.1 результатам обучения (индикаторам).

Таблица 4

Критерии оценивания учебных достижений обучающихся

Результаты обучения	Критерии оценивания учебных достижений, обучающихся на соответствие результатам обучения/индикаторам
Знания	Студент демонстрирует знания и понимание в области изучения на уровне указанных индикаторов и необходимые для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Умения	Студент может применять свои знания и понимание в контекстах, представленных в оценочных заданиях, демонстрирует освоение умений на уровне указанных индикаторов и необходимых для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Опыт /владение	Студент демонстрирует опыт в области изучения на уровне указанных индикаторов.
Другие результаты	Студент демонстрирует ответственность в освоении результатов обучения на уровне запланированных индикаторов. Студент способен выносить суждения, делать оценки и формулировать выводы в области изучения. Студент может сообщать преподавателю и коллегам своего уровня собственное понимание и умения в области изучения.

4.2 Для оценивания уровня выполнения критериев (уровня достижений обучающихся при проведении контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля) используется универсальная шкала (табл. 5).

Таблица 5

Шкала оценивания достижения результатов обучения (индикаторов) по уровням

Характеристика уровней достижения результатов обучения (индикаторов)		
№	Содержание уровня	Шкала оценивания

п/п	выполнения критерия оценивания результатов обучения (выполненное оценочное задание)	Традиционная характеристика уровня		Качественная характеристика уровня
1.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты в полном объеме, замечаний нет	Отлично (80-100 баллов)	Зачтено	Высокий (В)
2.	Результаты обучения (индикаторы) в целом достигнуты, имеются замечания, которые не требуют обязательного устранения	Хорошо (60-79 баллов)		Средний (С)
3.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты не в полной мере, есть замечания	Удовлетворительно (40-59 баллов)		Пороговый (П)
4.	Освоение результатов обучения не соответствует индикаторам, имеются существенные ошибки и замечания, требуется доработка	Неудовлетворительно (менее 40 баллов)	Не зачтено	Недостаточный (Н)
5.	Результат обучения не достигнут, задание не выполнено	Недостаточно свидетельств для оценивания		Нет результата

5. СОДЕРЖАНИЕ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ МЕРОПРИЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

5.1. Описание аудиторных контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля

5.1.1. Практические/семинарские занятия

Примерный перечень тем

1. Асимптотические представления функций
2. Степенные асимптотические ряды
3. Асимптотические разложения сумм
4. Асимптотические разложения интегралов
5. Асимптотика решений обыкновенных линейных дифференциальных уравнений

второго порядка при больших значениях аргумента

6. Асимптотика решений краевых задач
7. Метод двух масштабов

Примерные задания

Калибровочные последовательности, определение асимптотического ряда; свойства асимптотических рядов: линейная комбинация, умножение, деление, интегрирование; единственность асимптотического разложения по заданной калибровочной последовательности функций, эквивалентность различных определений разложения функции в асимптотический ряд.

Теорема о существовании непрерывной функции, разлагающейся в заданный степенной асимптотический ряд, асимптотические разложения композиции и обратной функции, асимптотические разложения решений трансцендентных уравнений.

Использование группового и одиночного преобладания, интегральные оценки и степенные суммы.

Использование интегрирования по частям. Метод введения промежуточного параметра. Метод Лапласа (различные случаи достижения максимума показателя экспоненты: на границе интервала интегрирования и во внутренней точке). Метод стационарной фазы (отсутствие стационарных точек фазы, наличие конечного числа стационарных точек на интервале). Асимптотика функции Бесселя при больших значениях аргумента. Метод перевала. Асимптотика функции Эйри при больших значениях аргумента.

Преобразования Лиувилля, построение формальной асимптотики для фундаментальной системы решений стандартного уравнения (малое возмущение линейного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и нулевым коэффициентом при первой производной), обоснование построенной асимптотики сведением к интегральному уравнению и применением теоремы Банаха о сжимающем отображении.

Краевые задачи для линейных дифференциальных уравнений второго порядка и условия их разрешимости, априорные оценки; сингулярно возмущенные краевые задачи; построение внешнего разложения, функции пограничного слоя и построение внутреннего разложения, обоснование полученной асимптотики.

Почти периодические движения, проблема описания при больших временах (возникновение вековых слагаемых), формальное построение асимптотики методом двух масштабов, обоснование построенной асимптотики.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2. Описание внеаудиторных контрольно-оценочных мероприятий и средств текущего контроля по дисциплине модуля

Разноуровневое (дифференцированное) обучение.

Базовый

5.2.1. Контрольная работа

Примерный перечень тем

1. Асимптотические разложения интегралов
2. Асимптотические разложения решений обыкновенных дифференциальных уравнений

Примерные задания

1. Дать определение асимптотических разложений по Пуанкаре и Эрдейи.
2. Написать свойства асимптотических разложений по Пуанкаре.
3. Сформулировать теоремы о возможности почленного интегрирование и дифференцирования асимптотических разложений.
4. Дать оценку интегралу от произведения экспоненты на многочлен.
5. Найти точки максимума функции $h(t)$ и определить вид асимптотического разложения интеграла по методу Лапласа.
6. Найти стационарные точки фазы и определить вид асимптотического разложения интеграла по методу стационарной фазы.

1. Выполнить первое преобразование Лиувилля.

2. Выполнить второе преобразование Лиувилля.
3. Найти вид асимптотической последовательности, по которой раскладывается решение данного ОДУ второго порядка при стремлении аргумента к бесконечности.
4. Определить на каком из концов отрезка у асимптотического разложения данной краевой задачи возникнет пограничный слой.
5. Определить задачи, порождающие коэффициенты внешнего разложения у асимптотического разложения данной краевой задачи.
6. Определить задачи, порождающие коэффициенты внутреннего разложения у асимптотического разложения данной краевой задачи.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.2. Домашняя работа

Примерный перечень тем

1. Асимптотические разложения интегралов
2. Асимптотика решений обыкновенных линейных дифференциальных уравнений второго порядка при больших значениях аргумента

3. Метод двух масштабов

Примерные задания

1. Указать асимптотическую последовательность вида $\{f(x)x^{-m\alpha}\}$ и найти два первых члена асимптотики при $x \rightarrow +\infty$ интеграла $\int_x^{+\infty} e^{-t^2} \sqrt{t^2+1} dt$.
2. Указать асимптотическую последовательность и найти асимптотику при $x \rightarrow +\infty$ интеграла $\int_4^7 t^2 e^{x \cos t} dt$. Выписать явно два члена асимптотики.
3. Указать асимптотическую последовательность и найти асимптотику при $x \rightarrow +\infty$ интеграла $\int_{1.5}^3 t e^{ix(4 \cos t - t^3)} dt$. Выписать явно два члена асимптотики.
4. Найти асимптотику при $x \rightarrow +\infty$ интеграла $\int_x^{+\infty} e^{-xt} \ln(1+t) dt$.
5. Найти асимптотику при $x \rightarrow +\infty$ интеграла $\int_{-}^{+\infty} \frac{\sin(t-x)}{t} dt$.
1. Указать асимптотическую последовательность и найти два первых члена асимптотики при $x \rightarrow +\infty$ двух решений, образующих фундаментальную систему решений уравнения $u'' + x^2 u = 0$.
2. Найти вид равномерной асимптотики при $\varepsilon \rightarrow 0$ решения краевой задачи $\varepsilon u'' - x^2 u = x^4$; $1 \leq x \leq 2$; $u(1) = 1$; $u(2) = 1$. Выписать явно два главных члена равномерного асимптотического разложения решения.

1. Методом двух масштабов найти явные формулы для первых трех членов формального асимптотического разложения при $\varepsilon \rightarrow +0$ решения следующей задачи Коши:

$$\frac{d^2u}{dt^2} + 9u = \varepsilon \frac{du}{dt} - 4\varepsilon^2 u^2; \quad u(0) = 1; \quad \frac{du}{dt}(0) = -1.$$

Получите равномерную по t оценку приближения решения на отрезке $t \in [0, \varepsilon^{-1}L]$ для некоторой положительной постоянной L .

2. Методом двух масштабов найти явные формулы для первых трех членов формального асимптотического разложения при $\varepsilon \rightarrow +0$ решения следующей задачи Коши:

$$\frac{d^2u}{dt^2} + 4u = 9\varepsilon^2 \frac{du}{dt} + \varepsilon u^2; \quad u(0) = -1; \quad \frac{du}{dt}(0) = 1.$$

Получите равномерную по t оценку приближения решения на отрезке $t \in [0, \varepsilon^{-1}L]$ для некоторой положительной постоянной L .

LMS-платформа – не предусмотрена

5.3. Описание контрольно-оценочных мероприятий промежуточного контроля по дисциплине модуля

5.3.1. Зачет

Список примерных вопросов

1. Калибровочные последовательности, определение асимптотического ряда. Свойства асимптотических рядов: линейная комбинация, умножение, деление, интегрирование.

Единственность асимптотического разложения по заданной калибровочной последовательности функций, эквивалентность различных определений разложения функции в асимптотический ряд. Асимптотика функции Бесселя при больших значениях аргумента. Метод перевала; асимптотика функции Эйри при больших значениях аргумента. Преобразования Лиувилля. Построение формальной асимптотики для фундаментальной системы решений стандартного уравнения.

2. Теорема о существовании непрерывной функции, разлагающейся в заданный степенной асимптотический ряд. Асимптотические разложения композиции и обратной функции. Асимптотические разложения решений трансцендентных уравнений.

3. Использование группового и одиночного преобладание при нахождении асимптотических разложений сумм. Интегральные оценки и степенные суммы. Использование интегрирования по частям для получения асимптотических разложений.

4. Метод введения промежуточного параметра. Метод Лапласа (различные случаи достижения максимума показателя экспоненты: на границе интервала интегрирования и во внутренней точке). Метод стационарной фазы (отсутствие стационарных точек фазы, наличие конечного числа стационарных точек на интервале).

5. Асимптотика функции Бесселя при больших значениях аргумента. Метод перевала; асимптотика функции Эйри при больших значениях аргумента. Преобразования Лиувилля. Построение формальной асимптотики для фундаментальной системы решений стандартного уравнения.

6. Обоснование построенной асимптотики сведением к интегральному уравнению и применением теоремы Банаха о сжимающем отображении).

7. Краевые задачи для линейных дифференциальных уравнений второго порядка и условия их разрешимости. Априорные оценки решений краевых задач. Сингулярно возмущенные краевые задачи; построение внешнего разложения.

8. Функции пограничного слоя и построение внутреннего разложения, обоснование полученной асимптотики. Почти периодические движения, проблема описания при

больших временах. Формальное построение асимптотики методом двух масштабов.
Обоснование построенной асимптотики.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.4 Содержание контрольно-оценочных мероприятий по направлениям воспитательной деятельности

Направления воспитательной деятельности сопрягаются со всеми результатами обучения компетенций по образовательной программе, их освоение обеспечивается содержанием всех дисциплин модулей.