

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**  
Дискретная математика

**Код модуля**  
1156427(1)

**Модуль**  
Фундаментальная математика

**Екатеринбург**

Оценочные материалы составлены автором(ами):

<b>№ п/п</b>	<b>Фамилия, имя, отчество</b>	<b>Ученая степень, ученое звание</b>	<b>Должность</b>	<b>Подразделение</b>
1	Щербакова Валентина Александровна	кандидат физико-математических наук, без ученого звания	Доцент	Департамент математики, механики и компьютерных наук

**Согласовано:**

Управление образовательных программ

Ю.Д. Маева

**Авторы:**

- Щербакова Валентина Александровна, Доцент, Департамент математики, механики и компьютерных наук

**1. СТРУКТУРА И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ Дискретная математика**

1.	Объем дисциплины в зачетных единицах	6	
2.	Виды аудиторных занятий	Лекции Практические/семинарские занятия	
3.	Промежуточная аттестация	Экзамен	
4.	Текущая аттестация	Контрольная работа	3
		Домашняя работа	1

**2. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ (ИНДИКАТОРЫ) ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ Дискретная математика**

Индикатор – это признак / сигнал/ маркер, который показывает, на каком уровне обучающийся должен освоить результаты обучения и их предъявление должно подтвердить факт освоения предметного содержания данной дисциплины, указанного в табл. 1.3 РПМ-РПД.

Таблица 1

Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения (индикаторы)	Контрольно-оценочные средства для оценивания достижения результата обучения по дисциплине
1	2	3
ОПК-2 -Способен проводить под научным руководством исследования на основе современных методов в конкретной области профессиональной деятельности	Д-1 - Проявлять ответственность за проводимые исследования З-1 - Демонстрировать понимание теоретических основ методов, используемых для проведения научных исследований в профильной области П-1 - Иметь опыт выполнения стандартных исследований с использованием серийного научного и технологического оборудования, стандартной методологии и методов исследований У-1 - Соотносить цель и задачи исследования с набором методов исследования,	Лекции Практические/семинарские занятия Экзамен

	выбирать необходимое сочетание цели и средств	
ПК-1 -Способен демонстрировать и применять в научно-исследовательской и прикладной деятельности базовые знания математических и естественных наук, современного математического аппарата, современных языков программирования и информационных технологий (Математика и компьютерные науки)	З-1 - Формулировать основные теоремы и понятия математических и естественных наук У-1 - Решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в области математики и компьютерных наук	Домашняя работа Контрольная работа № 1 Контрольная работа № 2 Контрольная работа № 3 Практические/семинарские занятия Экзамен

### 3. ПРОЦЕДУРЫ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ В РАМКАХ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ В БАЛЬНО-РЕЙТИНГОВОЙ СИСТЕМЕ (ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА БРС)

#### 3.1. Процедуры текущей и промежуточной аттестации по дисциплине

<b>1. Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий – 0.6</b>		
<b>Текущая аттестация на лекциях</b>	<b>Сроки – семестр, учебная неделя</b>	<b>Максимальная оценка в баллах</b>
<i>Работа на лекциях, ведение конспектов</i>	17	60
<i>Мини-опрос</i>	17	40
<b>Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – 0.4</b>		
<b>Промежуточная аттестация по лекциям – экзамен</b>		
<b>Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – 0.6</b>		
<b>2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий – 0.4</b>		
<b>Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях</b>	<b>Сроки – семестр, учебная неделя</b>	<b>Максимальная оценка в баллах</b>
<i>Контрольная работа №1</i>	6	20
<i>Контрольная работа №2</i>	10	20
<i>Контрольная работа №3</i>	16	20
<i>Домашние работы</i>	17	40

<b>Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям– 1</b>		
<b>Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям–нет</b>		
<b>Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по практическим/семинарским занятиям– не предусмотрено</b>		
<b>3. Лабораторные занятия: коэффициент значимости совокупных результатов лабораторных занятий –не предусмотрено</b>		
<b>Текущая аттестация на лабораторных занятиях</b>	<b>Сроки – семестр, учебная неделя</b>	<b>Максимальная оценка в баллах</b>
<b>Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лабораторным занятиям -не предусмотрено</b>		
<b>Промежуточная аттестация по лабораторным занятиям –нет</b>		
<b>Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено</b>		
<b>4. Онлайн-занятия: коэффициент значимости совокупных результатов онлайн-занятий –не предусмотрено</b>		
<b>Текущая аттестация на онлайн-занятиях</b>	<b>Сроки – семестр, учебная неделя</b>	<b>Максимальная оценка в баллах</b>
<b>Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по онлайн-занятиям -не предусмотрено</b>		
<b>Промежуточная аттестация по онлайн-занятиям –нет</b>		
<b>Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по онлайн-занятиям – не предусмотрено</b>		

### **3.2. Процедуры текущей и промежуточной аттестации курсовой работы/проекта**

<b>Текущая аттестация выполнения курсовой работы/проекта</b>	<b>Сроки – семестр, учебная неделя</b>	<b>Максимальная оценка в баллах</b>
<b>Весовой коэффициент текущей аттестации выполнения курсовой работы/проекта– не предусмотрено</b>		
<b>Весовой коэффициент промежуточной аттестации выполнения курсовой работы/проекта– защиты – не предусмотрено</b>		

## **4. КРИТЕРИИ И УРОВНИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ**

4.1. В рамках БРС применяются утвержденные на кафедре/институте критерии (признаки) оценивания достижений студентов по дисциплине модуля (табл. 4) в рамках контрольно-оценочных мероприятий на соответствие указанным в табл.1 результатам обучения (индикаторам).

Таблица 4

### **Критерии оценивания учебных достижений обучающихся**

<b>Результаты обучения</b>	<b>Критерии оценивания учебных достижений, обучающихся на соответствие результатам обучения/индикаторам</b>
----------------------------	---

Знания	Студент демонстрирует знания и понимание в области изучения на уровне указанных индикаторов и необходимые для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Умения	Студент может применять свои знания и понимание в контекстах, представленных в оценочных заданиях, демонстрирует освоение умений на уровне указанных индикаторов и необходимых для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Опыт /владение	Студент демонстрирует опыт в области изучения на уровне указанных индикаторов.
Другие результаты	Студент демонстрирует ответственность в освоении результатов обучения на уровне запланированных индикаторов. Студент способен выносить суждения, делать оценки и формулировать выводы в области изучения. Студент может сообщать преподавателю и коллегам своего уровня собственное понимание и умения в области изучения.

4.2 Для оценивания уровня выполнения критериев (уровня достижений обучающихся при проведении контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля) используется универсальная шкала (табл. 5).

Таблица 5

#### Шкала оценивания достижения результатов обучения (индикаторов) по уровням

Характеристика уровней достижения результатов обучения (индикаторов)				
№ п/п	Содержание уровня выполнения критерия оценивания результатов обучения (выполненное оценочное задание)	Шкала оценивания		
		Традиционная характеристика уровня		Качественная характеристика уровня
1.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты в полном объеме, замечаний нет	Отлично (80-100 баллов)	Зачтено	Высокий (В)
2.	Результаты обучения (индикаторы) в целом достигнуты, имеются замечания, которые не требуют обязательного устранения	Хорошо (60-79 баллов)		Средний (С)
3.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты не в полной мере, есть замечания	Удовлетворительно (40-59 баллов)		Пороговый (П)
4.	Освоение результатов обучения не соответствует индикаторам, имеются существенные ошибки и замечания, требуется доработка	Неудовлетворительно но (менее 40 баллов)	Не зачтено	Недостаточный (Н)
5.	Результат обучения не достигнут, задание не выполнено	Недостаточно свидетельств для оценивания		Нет результата

## 5. СОДЕРЖАНИЕ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ МЕРОПРИЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

### 5.1. Описание аудиторных контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля

#### 5.1.1. Лекции

Самостоятельное изучение теоретического материала по темам/разделам лекций в соответствии с содержанием дисциплины (п. 1.2. РПД)

#### 5.1.2. Практические/семинарские занятия

Примерный перечень тем

1. Теория множеств
2. Комбинаторика
3. Теория графов
4. Алгебра логики
5. Общая алгебра

Примерные задания

Бинарные отношения, матрицы, операции. Упорядоченные множества. Мощность множества

Правила суммы, произведения, принцип Дирихле. Перестановки и биномиальные коэффициенты. Принцип включения-исключения. Рекуррентные соотношения. Сравнение функций

Маршруты, связность, циклы. Деревья и двудольные графы. Планарность. Раскраски графов

Нормальные формы, полиномы Жегалкина. Замкнутые классы, проверка полноты систем. Полугруппы. Группы перестановок, гомоморфизмы и фактор-группы. Решетки и булевы алгебры

LMS-платформа – не предусмотрена

### 5.2. Описание внеаудиторных контрольно-оценочных мероприятий и средств текущего контроля по дисциплине модуля

Разноуровневое (дифференцированное) обучение.

#### Базовый

##### 5.2.1. Контрольная работа № 1

Примерный перечень тем

1. Теория множеств и комбинаторика

Примерные задания

1. На множестве всех людей задано бинарное отношение:  $x R y$  означает, что  $x$  – отец  $y$ . Выясните, будет ли отношение рефлексивным, симметричным, антисимметричным и транзитивным.

2. На множестве всех людей задано бинарное отношение:  $x R y$  означает, что  $x$  – отец  $y$ . Выясните, будет ли отношение отношением частичного порядка.

3. На множестве всех людей задано бинарное отношение:  $x R y$  означает, что  $x$  – отец  $y$ . Выясните, будет ли отношение отношением эквивалентности.

LMS-платформа – не предусмотрена

### 5.2.2. Контрольная работа № 2

Примерный перечень тем

#### 1. Графы

Примерные задания

1. По данному графу определить, будет ли он гамильтоновым, эйлеровым, двудольным;
2. По данному способу задания графа определить параметры графа.
3. Выяснить, существует ли граф с распределением степеней вершин (2,2,3,3,3,5).
4. Выяснить, существуют ли два неизоморфных графа с распределением степеней вершин (2,2,3,3,4).
5. Выяснить, будет ли граф с распределением степеней вершин (2,2,3,3,4) эйлеровым.
6. Какова максимальная высота дерева с 32 листьями?
7. Докажите, что две компоненты двусвязности графа либо не пересекаются, либо их пересечение – точка сочленения данного графа.
8. Выяснить, будет ли планарным граф Петерсона.
9. При помощи алгоритма Краскала постройте остов в графе  $K_5$ , вес ребра которого задается по формуле  $\max\{i,j\}$ , где  $i,j$  – номера вершин, инцидентных данному ребру.

LMS-платформа – не предусмотрена

### 5.2.3. Контрольная работа № 3

Примерный перечень тем

#### 1. Алгебра логики и общая алгебра

Примерные задания

1. Построить СКНФ, СДНФ, КНФ, ДНФ для функции  $x+y$ .
2. Построить таблицу истинности для функции  $x+y$ .
3. Применяя законы логики высказываний, выясните будут ли эквивалентны формулы  $x+y$  и  $x \rightarrow y$ .

LMS-платформа – не предусмотрена

### 5.2.4. Домашняя работа

Примерный перечень тем

1. Бинарные отношения. Мощность множества
  2. Перестановки и биномиальные коэффициенты. Рекуррентные соотношения
  3. Маршруты, связность, циклы. Деревья и двудольные графы.
  4. Полиномы Жегалкина. Замкнутые классы булевых функций.
  5. Гомоморфизмы и фактор-группы. Решетки и булевы алгебры
- Примерные задания



Вариант 1. Упростить выражение:  $(\overline{A \cap B \cup B}) \cap A$ .

Вариант 2. Доказать, что

$$(A \cup B \cup C) \cap (A \cup \overline{B} \cup C) \cap \overline{A} \cap \overline{C} = \emptyset.$$

Вариант 3. Исследовать отношение  $\alpha$  на множестве комплексных чисел:

$$z_1 \alpha z_2 \Leftrightarrow z_1 + z_2 = 0.$$

Вариант 1. Выяснить, является ли функция  $(xy) \vee (xz) \vee (yz)$  самодвойственной.

Вариант 2. Выяснить, является ли функция  $x \rightarrow (\neg x \rightarrow (xy + x))$  монотонной.

Вариант 3. Выяснить, является ли функция  $x \leftrightarrow (xy \rightarrow (x \vee \neg y))$  линейной.

Вариант 1. Доказать, что любой обыкновенный связный не эйлеров граф можно дополнением одной вершины и нескольких ребер превратить в эйлеров граф.

Вариант 2. Доказать, что множество центров дерева состоит либо из одной вершины, либо из двух смежных вершин.

Вариант 3. Доказать, что двудольный граф, степени всех вершин которого одинаковы, содержит мост тогда и только тогда, когда он является паросочетанием.

Вариант 1. Орграф называется полуэйлеровым, если существует путь, проходящий через все его дуги. Доказать, что орграф без изолированных вершин полуэйлеров тогда и только тогда, когда он либо эйлеров, либо существуют вершины этого орграфа  $a$  и  $b$  такие, что  $\rho^+(a) = \rho^-(a) + 1$ ,  $\rho^+(b) = \rho^-(b) - 1$  и для любой другой вершины  $u$  этого орграфа выполнено равенство  $\rho^+(u) = \rho^-(u)$ .

Вариант 2. Доказать, что всякий турнир содержит не более одного источника и не более одного стока.

Вариант 3. Доказать, что в любом турнире расстояние от вершины с наибольшей степенью исхода до любой другой вершины не превосходит 2.

1. Умножение в группоиде  $G$  задано таблицей. Доказать, что  $G$  — ком-

мутативная группа

	$a$	$b$	$c$
$a$	$a$	$b$	$c$
$b$	$b$	$c$	$a$
$c$	$c$	$a$	$b$

2. Доказать, что множество всех матриц вида  $\begin{pmatrix} x & y \\ 2y & x \end{pmatrix}$ , где  $a, b \in \mathbb{Q}$ , является полем относительно обычного сложения и умножения.

3. Отношение  $\rho$  на множестве  $M = \{1, 2, 3, 4\}$  задано с помощью матрицы  $A = (a_{ij})$  по правилу:  $i \rho j \Leftrightarrow a_{ij} \neq 0$ . Исследовать свойства  $\rho$ . Добавить в  $\rho$  пары так, чтобы получилось наименьшее отношение эквивалентности, содержащее  $\rho$ .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

LMS-платформа – не предусмотрена

### 5.3. Описание контрольно-оценочных мероприятий промежуточного контроля по дисциплине модуля

### 5.3.1. Экзамен

Список примерных вопросов

1. Бинарные отношения (БО) на множестве. Матрица БО. Свойства БО: рефлексивность, транзитивность, линейность, симметричность, антисимметричность. Связь свойств матрицы и свойств БО. Операции над БО: булевы операции, обращение, умножение, симметричное, транзитивное и рефлексивно-транзитивное замыкания. Связь с операциями над булевыми матрицами. Свойство транзитивного замыкания. Критерий транзитивности.
2. Отношения порядка. Упорядоченные множества (ЧУМ).
3. Отношение покрытия, диаграммы Хассе. Минимальные, максимальные, наименьшие и наибольшие элементы ЧУМ, их свойства. Условия индуктивности, минимальности и обрыва убывающих цепей, их эквивалентность. Отношения линейного и полного порядка.
4. Отображения (функции) как БО, свойства матриц функции, инъекции, сюръекции, биекции.
5. Мощность множества. Конечные и бесконечные множества, критерий бесконечности множества. Мощности числовых множеств. Сравнение мощностей. Теорема Бернштейна-Кантора. Теорема Кантора о булеане. Иерархия алефов, континуум-гипотеза.
6. Изоморфизм ЧУМ. Ординалы.
7. Парадоксы теории множеств. Система аксиом Цермело-Френкеля.
8. Правила сложения и умножения. Принцип Дирихле.
9. Биномиальные коэффициенты. Примеры: число подмножеств, число инъекций, число решений диофантова уравнения, число путей в решетке. Свойства: симметрия, суммы и взвешенные суммы, четные/нечетные подмножества, бином Ньютона, треугольник Паскаля. Полиномиальные коэффициенты.
10. Наддиагональные пути в квадратной решетке. Числа Каталана, вывод формулы. Правильные расстановки скобок, триангуляции выпуклых многоугольников.
11. Принцип включения-исключения (ПВИ). Число сюръекций. Разбиения: числа Стирлинга второго рода. Функция Эйлера. Число перемещений.
12. Рекуррентные соотношения. Теорема о линейных однородных рекуррентных соотношениях. Пример: вывод явной формулы для чисел Фибоначчи. Линейные неоднородные соотношения, сводимые к однородным.
13. Нелинейные рекуррентные соотношения. Вывод формулы для числа операций при сортировке массива слиянием.
14. Порядок роста функции. Сравнение функций,  $O$ -,  $\Omega$ - и  $\Theta$ -символика. Основные свойства  $O$ ,  $\Omega$  и  $\Theta$ , преобразование  $O$ -выражений.
15. Полиномы и числа Бернулли. Формула Эйлера. Вычисление сумм степеней.
16. Формула Стирлинга, ее вывод. Приложения: центральный биномиальный коэффициент, нижняя оценка для числа операций по сортировке массива.
17. Геометрическое и алгебраическое определение графа. Матрица смежности. Равенство и изоморфизм графов. Степень вершины, лемма о рукопожатиях. Маршруты, цепи, циклы. Подграфы. Удаление ребер и вершин. Связность, компоненты связности. Лемма о разрыве цикла. Эйлеров цикл, теорема Эйлера о циклах.

18. Мосты и точки сочленения. Двусвязные графы, компоненты двусвязности. Гамильтонов цикл. Обобщенные точки сочленения и существование гамильтонова цикла. Теорема Оре.
  19. Деревья. Лемма о корневом изображении. Теорема о деревьях.
  20. Двудольные графы. Критерий двудольности. Паросочетания. Теорема Холла о свадьбах.
  21. Плоские и планарные графы. Укладка на поверхности. Укладка на сфере. Многогранник как планарный граф. Теорема Эйлера о многогранниках: две формулировки.
  22. Непланарность графов  $K_5$  и  $K_{3,3}$ . Стягивание. Миноры. Критерий планарности (д-во в одну сторону).
  23. Раскраска графа. Хроматическое число. Элементарные случаи: двудольные графы, полные графы, циклы. Нижняя оценка  $\chi(G)$  через максимальный полный подграф. Теорема о графах без треугольников. Оценка через число независимости. Верхние оценки: жадная раскраска и теорема Брукса. Раскраска плоского графа, теорема Хивуда.
  24. Орграфы. Полустепени захода и исхода. Маршруты. Аналог теоремы Эйлера о циклах.
  25. Сильная связность, компоненты сильной связности, ЧУМ компонент. Число маршрутов между вершинами графа.
  26. Булевы формулы и булевы функции. ДНФ, КНФ, СДНФ, СКНФ, их построение.
  27. Суперпозиция булевых функций. Полные системы функций. Примеры. Полиномы Жегалкина, представимость булевых функций полиномами.
  28. Замкнутые классы. Линейность, монотонность, самодвойственность булевых функций. Классы  $L$ ,  $M$ ,  $S$ ,  $T_0$ ,  $T_1$ . Теорема Поста. Следствия о базисах и о максимальных замкнутых классах.
  29. Свободные полугруппы. Гомоморфизм. Теорема о гомоморфном образе свободной полугруппы.
  30. Полугруппы преобразований. Подполугруппы. Теорема Кэли.
  31. Порождающие множества. Классификация циклических полугрупп.
  32. Группы перестановок. Циклы, разложение перестановки в суперпозицию циклов. Теорема Кэли. Группа симметрий квадрата.
  33. Классификация циклических групп.
  34. Построение свободной группы. Единственность редуцированного слова в классе эквивалентности.
  35. Смежные классы. Теорема Лагранжа. Нормальная подгруппа. Фактор-группа. Гомоморфизмы групп. Ядро. Теорема о гомоморфизмах.
  36. Решетки и решеточно упорядоченные множества, их связь. Примеры решеток в алгебре.
  37. Модулярные и дистрибутивные решетки. Критерии модулярности и дистрибутивности (д-во в одну сторону). 0 и 1, дополнения. Теорема о единственности дополнения. Булевы алгебры.
- LMS-платформа – не предусмотрена

#### **5.4 Содержание контрольно-оценочных мероприятий по направлениям воспитательной деятельности**

Направление воспитательной деятельности	Вид воспитательной деятельности	Технология воспитательной деятельности	Компетенция	Результаты обучения	Контрольно-оценочные мероприятия
Профессиональное воспитание	учебно-исследовательская, научно-исследовательская	Технология самостоятельной работы	ПК-1	З-1 У-1	Домашняя работа Контрольная работа № 1 Контрольная работа № 2 Контрольная работа № 3 Лекции Практические/семинарские занятия Экзамен