

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Специальные главы математического анализа

**Код модуля**  
1156504(1)

**Модуль**  
Дополнительные главы математики

**Екатеринбург**

Оценочные материалы составлены автором(ами):

<b>№ п/п</b>	<b>Фамилия, имя, отчество</b>	<b>Ученая степень, ученое звание</b>	<b>Должность</b>	<b>Подразделение</b>
1	Андреева Ирина Юрьевна	кандидат физико-математических наук, доцент	Доцент	прикладной математики
2	Гредасова Надежда Викторовна	канд. физ.-мат. наук	доцент	прикладной математики

**Согласовано:**

Управление образовательных программ

Р.Х. Токарева

**Авторы:**

- Андреева Ирина Юрьевна, Доцент, прикладной математики
- Гредасова Надежда Викторовна, доцент, прикладной математики

## 1. СТРУКТУРА И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ Специальные главы математического анализа

1.	Объем дисциплины в зачетных единицах	7	
2.	Виды аудиторных занятий	Лекции Практические/семинарские занятия	
3.	Промежуточная аттестация	Экзамен	
4.	Текущая аттестация	Контрольная работа	2
		Расчетная работа	2

## 2. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ (ИНДИКАТОРЫ) ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ Специальные главы математического анализа

Индикатор – это признак / сигнал/ маркер, который показывает, на каком уровне обучающийся должен освоить результаты обучения и их предъявление должно подтвердить факт освоения предметного содержания данной дисциплины, указанного в табл. 1.3 РПМ-РПД.

Таблица 1

Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения (индикаторы)	Контрольно-оценочные средства для оценивания достижения результата обучения по дисциплине
1	2	3
ОПК-2 -Способен формализовывать и решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, используя методы моделирования и математического анализа	Д-1 - Способность к самообразованию, к самостоятельному освоению новых методов математического анализа и моделирования З-1 - Привести примеры использования методов моделирования и математического анализа в решении задач, относящихся к профессиональной деятельности П-1 - Решать поставленные задачи, относящиеся к области профессиональной деятельности, используя освоенные за время обучения	Контрольная работа № 1 Контрольная работа № 2 Лекции Практические/семинарские занятия Расчетная работа № 1 Расчетная работа № 2 Экзамен

	пакеты прикладных программ для моделирования и математического анализа У-1 - Обоснованно выбрать возможные методы моделирования и математического анализа для предложенных задач профессиональной деятельности	
--	---	--

### 3. ПРОЦЕДУРЫ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ В РАМКАХ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ В БАЛЬНО-РЕЙТИНГОВОЙ СИСТЕМЕ (ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА БРС)

#### 3.1. Процедуры текущей и промежуточной аттестации по дисциплине

<b>1. Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий – 0.60</b>		
Текущая аттестация на лекциях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>проверка конспектов</i>	16	100
<b>Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – 0.40</b>		
<b>Промежуточная аттестация по лекциям – экзамен</b>		
<b>Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – 0.60</b>		
<b>2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий – 0.40</b>		
Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>работа на практике</i>	16	28
<i>контрольная работа 1</i>	6	20
<i>контрольная работа 2</i>	12	20
<i>расчетная работа 1</i>	10	16
<i>расчетная работа 2</i>	15	16
<b>Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям – 1.00</b>		
<b>Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям – нет</b>		
<b>Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по практическим/семинарским занятиям – 0.00</b>		
<b>3. Лабораторные занятия: коэффициент значимости совокупных результатов лабораторных занятий – не предусмотрено</b>		
Текущая аттестация на лабораторных занятиях	Сроки – семестр,	Максимальная оценка в баллах

	учебная неделя	
<b>Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лабораторным занятиям -не предусмотрено</b>		
<b>Промежуточная аттестация по лабораторным занятиям –нет</b> <b>Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено</b>		
<b>4. Онлайн-занятия: коэффициент значимости совокупных результатов онлайн-занятий –не предусмотрено</b>		
<b>Текущая аттестация на онлайн-занятиях</b>	<b>Сроки – семестр, учебная неделя</b>	<b>Максимальная оценка в баллах</b>
<b>Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по онлайн-занятиям -не предусмотрено</b>		
<b>Промежуточная аттестация по онлайн-занятиям –нет</b> <b>Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по онлайн-занятиям – не предусмотрено</b>		

### 3.2. Процедуры текущей и промежуточной аттестации курсовой работы/проекта

<b>Текущая аттестация выполнения курсовой работы/проекта</b>	<b>Сроки – семестр, учебная неделя</b>	<b>Максимальная оценка в баллах</b>
<b>Весовой коэффициент текущей аттестации выполнения курсовой работы/проекта– не предусмотрено</b>		
<b>Весовой коэффициент промежуточной аттестации выполнения курсовой работы/проекта– защиты – не предусмотрено</b>		

## 4. КРИТЕРИИ И УРОВНИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

4.1. В рамках БРС применяются утвержденные на кафедре/институте критерии (признаки) оценивания достижений студентов по дисциплине модуля (табл. 4) в рамках контрольно-оценочных мероприятий на соответствие указанным в табл.1 результатам обучения (индикаторам).

Таблица 4

### Критерии оценивания учебных достижений обучающихся

<b>Результаты обучения</b>	<b>Критерии оценивания учебных достижений, обучающихся на соответствие результатам обучения/индикаторам</b>
Знания	Студент демонстрирует знания и понимание в области изучения на уровне указанных индикаторов и необходимые для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Умения	Студент может применять свои знания и понимание в контекстах, представленных в оценочных заданиях, демонстрирует освоение умений на уровне указанных индикаторов и необходимых для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.

Опыт /владение	Студент демонстрирует опыт в области изучения на уровне указанных индикаторов.
Другие результаты	Студент демонстрирует ответственность в освоении результатов обучения на уровне запланированных индикаторов. Студент способен выносить суждения, делать оценки и формулировать выводы в области изучения. Студент может сообщать преподавателю и коллегам своего уровня собственное понимание и умения в области изучения.

4.2 Для оценивания уровня выполнения критериев (уровня достижений обучающихся при проведении контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля) используется универсальная шкала (табл. 5).

Таблица 5

### Шкала оценивания достижения результатов обучения (индикаторов) по уровням

Характеристика уровней достижения результатов обучения (индикаторов)				
№ п/п	Содержание уровня выполнения критерия оценивания результатов обучения (выполненное оценочное задание)	Шкала оценивания		
		Традиционная характеристика уровня		Качественная характеристика уровня
1.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты в полном объеме, замечаний нет	Отлично (80-100 баллов)	Зачтено	Высокий (В)
2.	Результаты обучения (индикаторы) в целом достигнуты, имеются замечания, которые не требуют обязательного устранения	Хорошо (60-79 баллов)		Средний (С)
3.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты не в полной мере, есть замечания	Удовлетворительно (40-59 баллов)		Пороговый (П)
4.	Освоение результатов обучения не соответствует индикаторам, имеются существенные ошибки и замечания, требуется доработка	Неудовлетворительно (менее 40 баллов)	Не зачтено	Недостаточный (Н)
5.	Результат обучения не достигнут, задание не выполнено	Недостаточно свидетельств для оценивания		Нет результата

## 5. СОДЕРЖАНИЕ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ МЕРОПРИЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

### 5.1. Описание аудиторных контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля

#### 5.1.1. Лекции

Самостоятельное изучение теоретического материала по темам/разделам лекций в соответствии с содержанием дисциплины (п. 1.2. РПД)

### 5.1.2. Практические/семинарские занятия

Примерный перечень тем

1. Определение и вычисление двукратного интеграла.
  2. Вычисление двойного интеграла. Полярная система координат для двойного интеграла.
  3. Определение и вычисление трехкратного интеграла.
  4. Вычисление тройного интеграла.
  5. Цилиндрическая и сферическая системы координат для тройного интеграла.
  6. Приложение двойных и тройных интегралов.
  7. Векторное поле. Векторные линии. Производная по направлению.
  8. Криволинейный интеграл 1-ого рода.
  9. Криволинейный интеграл 2-ого рода.
  10. Поверхностный интеграл 1-ого рода.
  11. Поверхностный интеграл 2-ого рода.
  12. Поток векторного поля через поверхность. Дивергенция векторного поля. Теорема Гаусса - Остроградского.
  13. Ротор поля. Формула Стокса.
  14. Специальные виды векторных полей.
  15. Определение числового ряда. Понятие сходимости и суммы числового ряда.
  16. Действия с рядами.
  17. Ряды с положительными членами. Признаки сходимости.
  18. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница.
  19. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость.
  20. Понятие функционального ряда. Область сходимости функционального ряда.
  21. Степенные ряды.
  22. Разложение функций в ряд Тейлора и Маклорена.
  23. Приложение степенных рядов.
  24. Понятие ряда Фурье. Сходимость тригонометрических рядов. Коэффициенты Фурье.
  25. Разложение в ряд Фурье периодической функции. Разложение по синусам и по косинусам.
  26. Комплексная плоскость. Основные элементарные функции комплексных переменных.
  27. Понятие производной данной функции. Условия Коши - Римана.
  28. Понятие интеграла функции комплексного переменного. Интегральная формула Коши.
  29. Классификация уравнений математической физики 2-ого порядка.
  30. Вывод уравнения колебания струны.
  31. Типы краевых условий. Вывод уравнения теплопроводности.
- Примерные задания
1. Изменить порядок интегрирования.
  2. Вычислить двойной интеграл в ДПСК.
  3. Вычислить двойной интеграл в полярных координатах.

4. Вычислить площадь плоской фигуры.
  5. Найти массу пластинки.
  6. Вычислить тройной интеграл в ДПСК.
  7. Вычислить интеграл в цилиндрических координатах.
  8. Вычислить интеграл в сферических координатах.
  9. Найти объем тела.
  10. Найти массу тела.
  11. Вычислить криволинейный интеграл 1 рода.
  12. Вычислить криволинейный интеграл 2 рода.
  13. Вычислить поверхностный интеграл 1 рода.
  14. Вычислить поверхностный интеграл 2 рода.
  15. Найти градиент и производную по направлению.
  16. Вычислить поток.
  17. Найти циркуляцию.
  18. Исследовать на сходимость числовые ряды (необходимый признак сходимости, достаточные признаки сходимости).
  19. Исследовать на сходимость знакочередующиеся ряды и знакопеременные ряды (признак Лейбница, абсолютная и условная сходимость).
  20. Найти область сходимости функционального ряда.
  21. Разложить функцию в степенной ряд.
  22. Используя соответствующий ряд, вычислить приближенное значение функции.
  23. Используя соответствующий ряд, вычислить приближенное значение интеграла.
  24. Решить дифференциальное уравнение с помощью рядов.
  25. Разложить в ряд Фурье заданную функцию.
  26. Дана действительная (или мнимая) часть дифференцируемой функции. Найти функцию.
  27. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного.
  28. Установить тип уравнения и привести к каноническому виду.
- LMS-платформа
1. Не предусмотрено.

## **5.2. Описание внеаудиторных контрольно-оценочных мероприятий и средств текущего контроля по дисциплине модуля**

Разноуровневое (дифференцированное) обучение.

### **Базовый**

#### **5.2.1. Контрольная работа № 1**

Примерный перечень тем

1. Двойные и тройные интегралы.

Примерные задания



1. Изменить порядок интегрирования:

$$\iint_D (27x^2y^2 + 48x^3y^3) dx dy, \quad D: x=1, y=\sqrt{x}, y=-x^3.$$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

$$y^2 - 4y + x^2 = 0, y^2 - 8y + x^2 = 0, y = x, y = 0.$$

3. Пластина  $D$  задана ограничивающими ее кривыми,  $\gamma$  – поверхностная плотность. Найти массу пластинки.

$$D: x=1, y=0, y^2 = 4x (y \geq 0), \gamma = 6x + 3y^2.$$

4. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями:

$$y = -3x^2 + 5, y = 2, x = 3 + \sqrt{5x^2 + y^2}, z = -1 + \sqrt{5x^2 + y^2}.$$

5. Тело  $V$  задано ограничивающими его поверхностям,  $\gamma$  – плотность. Найти массу тела.

$$D: x^2 + y^2 + z^2 = 1, x^2 + y^2 = z^2, x=0, y=0 (x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0), \gamma = 32z.$$

LMS-платформа

1. Не предусмотрено.

## 5.2.2. Контрольная работа № 2

Примерный перечень тем

1. Теория поля.

Примерные задания

1. Найти поток векторного поля  $\vec{a}$  через часть поверхности  $S$ , вырезаемую плоскостью  $P$  (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

$$\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + (z-2)\vec{k}; \quad S: x^2 + y^2 = z^2 (z \geq 0); \quad P: z = 1.$$

2. Найти поток векторного поля  $\vec{a}$  через замкнутую поверхность (нормаль внешняя).

$$\vec{a} = (x + y + z)\vec{i} + (2y - x)\vec{j} + (3z + y)\vec{k};$$

$$S: y = x, y = 2x, x = 1, z = x^2 + y^2, z = 0.$$

3. Найти работу силы  $\vec{F}$  при перемещении вдоль линии  $L$  от точки  $M$  к точке  $N$ .

$$\vec{F} = (y^2 - y)\vec{i} + (2xy + x)\vec{j}; \quad L: x^2 + y^2 = 9 (y \geq 0); \quad M(3;0), N(-3;0).$$

4. Найти модуль циркуляции векторного поля  $\vec{a}$  вдоль контура  $\Gamma$ .

$$\vec{a} = y\vec{i} + 3x\vec{j} + z^2\vec{k}; \quad \Gamma: z = x^2 + y^2 - 1, z = 3.$$

LMS-платформа

1. Не предусмотрено.

## 5.2.3. Расчетная работа № 1

Примерный перечень тем

1. Теория поля.

Примерные задания

### Теория поля

1. Найти производную скалярного поля  $u(x, y, z)$  в точке  $M$  по направлению проходящей через эту точку нормали к поверхности  $S$ , образующей острый угол с положительным направлением оси  $OZ$ .

$$u = \ln(1 + x^2 + y^2) - \sqrt{x^2 + z^2}, S: x^2 - 6x + 9y^2 + z^2 = 4z + 23, M(3; 0; -4).$$

2. Найти угол между градиентами скалярных полей  $u(x, y, z)$  и  $v(x, y, z)$  в точке  $M$ .

$$u(x, y, z) = \frac{x}{yz^2}, v(x, y, z) = x^2 - y^2 - 3z^2, M\left(\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{3}}\right).$$

3. Найти векторные линии в векторном поле  $\vec{a} = 9z\vec{j} - 4y\vec{k}$ .
4. Вычислить поток векторного поля  $\vec{a}$  через часть поверхности  $S$ , вырезаемую плоскостями  $P_1, P_2$  (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями)

$$\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}, S: x^2 + y^2 = 1, P_1: z = 0, P_2: z = 1.$$

5. Найти поток векторного поля  $\vec{a}$  через замкнутую поверхность  $S$  (нормаль внешняя)

$$\vec{a} = (x + z)\vec{i} + y\vec{k}, S: \begin{cases} z = 8 - x^2 - y^2, \\ z = x^2 + y^2. \end{cases}$$

6. Найти модуль циркуляции векторного поля  $\vec{a}$  вдоль контура  $\Gamma$

$$\vec{a} = yz\vec{i} - xz\vec{j} + xy\vec{k}; \Gamma: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 9 \\ x^2 + y^2 = 9 (z > 0) \end{cases}$$

LMS-платформа

1. Не предусмотрено.

### 5.2.4. Расчетная работа № 2

Примерный перечень тем

1. Ряды.

Примерные задания

1. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость ряды

а)  $\frac{(1!)^2}{2!} + \frac{(2!)^2}{4!} + \frac{(6!)^2}{6!} + \dots;$

б)  $2 - \frac{3}{4} + \frac{4}{9} - \frac{5}{16} + \dots$

2. Вычислить сумму ряда

$$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{4 \cdot 6} + \dots$$

3. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-7)^n}{4^n}.$$

4. Разложить функцию в ряд Тейлора по степеням  $x$ :

$$\frac{6}{8+2x-x^2}.$$

5. Используя соответствующий ряд, вычислить  $\cos 40^\circ$  с точностью до 0,001.

6. Взяв четыре члена разложения в ряд подынтегральной функции, вычислить

$$\int_0^1 e^{-x^2} dx.$$

Оценить погрешность полученного результата.

7. Найти четыре первых члена (отличных от нуля) разложения в ряд решения дифференциального уравнения

$$y'' = xy + y', y(0) = y'(0) = 1.$$

8. Разложить в ряд Фурье функцию

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x \leq 0, \\ 2, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

9. Разложить в ряд Фурье по синусам кратных дуг функцию

$$f(x) = x^2 - 1, x \in (0;1).$$

LMS-платформа

1. Не предусмотрено.

### 5.3. Описание контрольно-оценочных мероприятий промежуточного контроля по дисциплине модуля

#### 5.3.1. Экзамен

Список примерных вопросов

1. Понятие двойного интеграла. Геометрический смысл двойного интеграла. Свойства двойного интеграла.

2. Понятие двукратного интеграла. Его свойства.

3. Теорема о вычислении двойного интеграла.

4. Двойной интеграл в полярной системе координат.

5. Понятие тройного интеграла. Геометрический смысл тройного интеграла. Свойства тройного интеграла.
  6. Понятие трехкратного интеграла. Его свойства.
  7. Теорема о вычислении тройного интеграла.
  8. Тройной интеграл в цилиндрической системе координат.
  9. Тройной интеграл в сферической системе координат.
  10. Приложения двойных и тройных интегралов.
  11. Криволинейный интеграл 1-ого рода (определение, вычисление, физический смысл).
  12. Криволинейный интеграл 2-ого рода (определение, вычисление, физический смысл).
  13. Поверхностный интеграл 1-ого рода (определение, вычисление, физический смысл).
  14. Поверхностный интеграл 2-ого рода (определение, вычисление, физический смысл).
  15. Поток векторного поля через поверхность. Понятие дивергенции. Теорема Гаусса - Остроградского.
  16. Формула Стокса. Понятие ротора.
  17. Специальные типы векторных полей.
  18. Понятие числового ряда. Необходимое условие сходимости.
  19. Признаки сходимости рядов с положительными членами.
  20. Понятие знакопередающегося ряда. Признак Лейбница.
  21. Знакопеременные ряды. Понятие абсолютной и условной сходимости. Достаточное условие сходимости знакопеременного ряда.
  22. Понятие функционального ряда. Область сходимости функционального ряда.
- Степенные ряды.
23. Разложение функций в ряд Тейлора и Маклорена.
  24. Приложение степенных рядов.
  25. Понятие ряда Фурье. Сходимость тригонометрической функций. Коэффициенты ряда Фурье.
  26. Разложение периодических функций в ряд Фурье.
  27. Разложение функций по синусам и по косинусам.
  28. Понятие комплексной плоскости. Основные элементарные функции комплексного переменного.
  29. Производная функции комплексного переменного. Условия Коши - Римана.
  30. Интеграл функции комплексного переменного. Интегральная формула Коши.
  31. Классификация уравнений математической физики 2-ого порядка.
  32. Вывод уравнения колебаний струны.
  33. Типы краевых условий.
  34. Вывод уравнения теплопроводности.
  35. Решение уравнения теплопроводности.
- LMS-платформа – не предусмотрена

#### 5.4 Содержание контрольно-оценочных мероприятий по направлениям воспитательной деятельности

Направление воспитательной деятельности	Вид воспитательной деятельности	Технология воспитательной деятельности	Компетенция	Результаты обучения	Контрольно-оценочные мероприятия
---	---------------------------------	--	-------------	---------------------	----------------------------------

<p>Профессиональное воспитание</p>	<p>целенаправленная работа с информацией для использования в практических целях</p>	<p>Технология самостоятельной работы</p>	<p>ОПК-2</p>	<p>Д-1</p>	<p>Контрольная работа № 1  Контрольная работа № 2  Лекции  Практические/семинарские занятия  Расчетная работа № 1  Расчетная работа № 2  Экзамен</p>
------------------------------------	---	--	--------------	------------	--