

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Теория вероятностей и математическая статистика

**Код модуля**  
1159577(1)

**Модуль**  
Прикладные разделы математики

**Екатеринбург**

Оценочные материалы составлены автором(ами):

<b>№ п/п</b>	<b>Фамилия, имя, отчество</b>	<b>Ученая степень, ученое звание</b>	<b>Должность</b>	<b>Подразделение</b>
1	Рыбалко Наталья Михайловна	к.ф.-м.н., доцент	доцент	высшей математики

**Согласовано:**

Управление образовательных программ

Е.А. Смирнова

**Авторы:**

**1. СТРУКТУРА И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ** Теория вероятностей и математическая статистика

1.	Объем дисциплины в зачетных единицах	4	
2.	Виды аудиторных занятий	Лекции Практические/семинарские занятия	
3.	Промежуточная аттестация	Экзамен	
4.	Текущая аттестация	Контрольная работа	2
		Расчетная работа	2

**2. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ (ИНДИКАТОРЫ) ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ** Теория вероятностей и математическая статистика

Индикатор – это признак / сигнал/ маркер, который показывает, на каком уровне обучающийся должен освоить результаты обучения и их предъявление должно подтвердить факт освоения предметного содержания данной дисциплины, указанного в табл. 1.3 РПМ-РПД.

Таблица 1

Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения (индикаторы)	Контрольно-оценочные средства для оценивания достижения результата обучения по дисциплине
1	2	3
ОПК-2 -Способен формализовывать и решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, используя методы моделирования и математического анализа (Техносферная безопасность)	Д-1 - Способность к самообразованию, к самостоятельному освоению новых методов математического анализа и моделирования З-1 - Привести примеры использования методов моделирования и математического анализа в решении задач, относящихся к профессиональной деятельности П-1 - Решать поставленные задачи, относящиеся к области профессиональной деятельности, используя освоенные за время обучения пакеты прикладных программ	Контрольная работа № 1 Контрольная работа № 2 Расчетная работа № 1 Расчетная работа № 2 Экзамен

	<p>для моделирования и математического анализа</p> <p>У-1 - Обоснованно выбрать возможные методы моделирования и математического анализа для предложенных задач профессиональной деятельности</p>	
<p>ОПК-1 -Способен формулировать и решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, применяя фундаментальные знания основных закономерностей развития природы, человека и общества (Техносферная безопасность)</p>	<p>Д-1 - Демонстрировать умение эффективно работать в команде</p> <p>З-2 - Обосновать значимость использования фундаментальных естественнонаучных и философских знаний в формулировании и решении задач профессиональной деятельности знаний</p> <p>П-1 - Работая в команде, формулировать и решать задачи в рамках поставленного задания, относящиеся к области профессиональной деятельности</p> <p>У-2 - Определять конкретные пути решения задач профессиональной деятельности на основе фундаментальных естественнонаучных знаний</p>	<p>Лекции</p> <p>Практические/семинарские занятия</p> <p>Экзамен</p>
<p>ОПК-2 -Способен самостоятельно ставить, формализовывать и решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, используя методы моделирования и математического анализа (Пожарная безопасность)</p>	<p>Д-1 - Проявлять ответственность и настойчивость в достижении цели</p> <p>З-1 - Сделать обзор основных методов моделирования и математического анализа, применимых для формализации и решения задач профессиональной деятельности</p> <p>П-1 - Решать самостоятельно сформулированные практические задачи, относящиеся к профессиональной деятельности методами моделирования и математического анализа, в том</p>	<p>Контрольная работа № 1</p> <p>Контрольная работа № 2</p> <p>Расчетная работа № 1</p> <p>Расчетная работа № 2</p> <p>Экзамен</p>

	числе с использованием пакетов прикладных программ У-1 - Самостоятельно сформулировать задачу области профессиональной деятельности, решение которой требует использования методов моделирования и математического анализа	
ОПК-1 -Способен формулировать и решать научно-исследовательские, технические, организационно-экономические и комплексные задачи, применяя фундаментальные знания (Пожарная безопасность)	Д-1 - Проявлять лидерские качества и умения командной работы З-2 - Привести примеры терминологии, принципов, методологических подходов и законов фундаментальных и инженерных наук, применимых для формулирования и решения задач проблемной области знания П-1 - Работая в команде, разрабатывать варианты формулирования и решения научно-исследовательских, технических, организационно-экономических и комплексных задач, применяя знания фундаментальных и инженерных наук У-2 - Критически оценить возможные способы решения задач проблемной области, используя знания фундаментальных и инженерных наук	Лекции Практические/семинарские занятия Экзамен

### **3. ПРОЦЕДУРЫ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ В РАМКАХ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ В БАЛЬНО-РЕЙТИНГОВОЙ СИСТЕМЕ (ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА БРС)**

#### **3.1. Процедуры текущей и промежуточной аттестации по дисциплине**

**1. Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий – 0.30**

Текущая аттестация на лекциях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>расчетная работа №1</i>	8	50
<i>расчетная работа №2</i>	12	50
<b>Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – 0.40</b>		
<b>Промежуточная аттестация по лекциям – экзамен</b>		
<b>Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – 0.60</b>		
<b>2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий – 0.40</b>		
Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>контрольная работа №1</i>	6	50
<i>контрольная работа №2</i>	14	50
<b>Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям – 1.00</b>		
<b>Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям – нет</b>		
<b>Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по практическим/семинарским занятиям – 0.00</b>		
<b>3. Лабораторные занятия: коэффициент значимости совокупных результатов лабораторных занятий – не предусмотрено</b>		
Текущая аттестация на лабораторных занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<b>Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено</b>		
<b>Промежуточная аттестация по лабораторным занятиям – нет</b>		
<b>Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено</b>		
<b>4. Онлайн-занятия: коэффициент значимости совокупных результатов онлайн-занятий – 0.30</b>		
Текущая аттестация на онлайн-занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>Освоение он-лайн курса</i>	15	100
<b>Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по онлайн-занятиям – 1.00</b>		
<b>Промежуточная аттестация по онлайн-занятиям – нет</b>		
<b>Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по онлайн-занятиям – 0.00</b>		

### 3.2. Процедуры текущей и промежуточной аттестации курсовой работы/проекта

Текущая аттестация выполнения курсовой работы/проекта	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
---	---------------------------------	------------------------------

<b>Весовой коэффициент текущей аттестации выполнения курсовой работы/проекта– не предусмотрено</b>		
<b>Весовой коэффициент промежуточной аттестации выполнения курсовой работы/проекта– защиты – не предусмотрено</b>		

#### **4. КРИТЕРИИ И УРОВНИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ**

4.1. В рамках БРС применяются утвержденные на кафедре/институте критерии (признаки) оценивания достижений студентов по дисциплине модуля (табл. 4) в рамках контрольно-оценочных мероприятий на соответствие указанным в табл.1 результатам обучения (индикаторам).

Таблица 4

##### **Критерии оценивания учебных достижений обучающихся**

<b>Результаты обучения</b>	<b>Критерии оценивания учебных достижений, обучающихся на соответствие результатам обучения/индикаторам</b>
Знания	Студент демонстрирует знания и понимание в области изучения на уровне указанных индикаторов и необходимые для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Умения	Студент может применять свои знания и понимание в контекстах, представленных в оценочных заданиях, демонстрирует освоение умений на уровне указанных индикаторов и необходимых для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Опыт /владение	Студент демонстрирует опыт в области изучения на уровне указанных индикаторов.
Другие результаты	Студент демонстрирует ответственность в освоении результатов обучения на уровне запланированных индикаторов. Студент способен выносить суждения, делать оценки и формулировать выводы в области изучения. Студент может сообщать преподавателю и коллегам своего уровня собственное понимание и умения в области изучения.

4.2 Для оценивания уровня выполнения критериев (уровня достижений обучающихся при проведении контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля) используется универсальная шкала (табл. 5).

Таблица 5

##### **Шкала оценивания достижения результатов обучения (индикаторов) по уровням**

<b>Характеристика уровней достижения результатов обучения (индикаторов)</b>			
<b>№ п/п</b>	<b>Содержание уровня выполнения критерия оценивания результатов обучения (выполненное оценочное)</b>	<b>Шкала оценивания</b>	
		<b>Традиционная характеристика уровня</b>	<b>Качественная характеристика уровня</b>

	задание)			
1.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты в полном объеме, замечаний нет	Отлично (80-100 баллов)	Зачтено	Высокий (В)
2.	Результаты обучения (индикаторы) в целом достигнуты, имеются замечания, которые не требуют обязательного устранения	Хорошо (60-79 баллов)		Средний (С)
3.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты не в полной мере, есть замечания	Удовлетворительно (40-59 баллов)		Пороговый (П)
4.	Освоение результатов обучения не соответствует индикаторам, имеются существенные ошибки и замечания, требуется доработка	Неудовлетворительно (менее 40 баллов)	Не зачтено	Недостаточный (Н)
5.	Результат обучения не достигнут, задание не выполнено	Недостаточно свидетельств для оценивания		Нет результата

## 5. СОДЕРЖАНИЕ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ МЕРОПРИЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

### 5.1. Описание аудиторных контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля

#### 5.1.1. Лекции

Самостоятельное изучение теоретического материала по темам/разделам лекций в соответствии с содержанием дисциплины (п. 1.2. РПД)

#### 5.1.2. Практические/семинарские занятия

Примерный перечень тем

1. Случайные события и их вероятности
2. Случайные величины и их характеристики
3. Математическая статистика

Примерные задания

1. Элементы теории множеств. Основные формулы комбинаторики.
2. Основные понятия. Относительная частота события, статистическое определение вероятности. Классическое определение вероятности. Геометрическое определение вероятности.
3. Теорема сложения вероятностей. Условная вероятность события. Теорема умножения вероятностей. Вероятность появления хотя бы одного события. Формула полной вероятности. Формула Байеса (теорема гипотез).
4. Повторение опытов. Формула Бернулли. Предельные случаи формулы Бернулли. Теоремы Муавра - Лапласа. Формула Пуассона.
5. Случайные величины. Виды случайных величин. Законы распределения случайной величины. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона. Поток событий. Функция распределения случайной величины.



6. Непрерывная случайная величина. Плотность распределения. Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, среднеквадратическое отклонение, мода, медиана, моменты случайных величин.

7. Основные законы распределения непрерывных случайных величин и их числовые характеристики. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона. Равномерное распределение. Показательное распределение. Нормальное распределение.

8. Функция распределения многомерной случайной величины. Дискретные многомерные случайные величины. Непрерывные многомерные случайные величины. Зависимые и независимые случайные величины. Условные законы распределения.

9. Числовые характеристики двумерной случайной величины. Корреляционный момент и коэффициент корреляции. Числовые характеристики условных распределений. Линейная регрессия. Прямые линии среднеквадратической регрессии. Линейная корреляция. Двумерный нормальный закон распределения.

10. Предельные теоремы теории вероятностей. Закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Теорема Бернулли. Центральная предельная теорема.

11. Первичная обработка экспериментальных данных. Генеральная совокупность, выборка из генеральной совокупности. Статистическое распределение выборки. Полигон и гистограмма. Эмпирическая функция распределения. Числовые характеристики статистического распределения выборки. Числовые характеристики генеральной совокупности.

12. Точечные и интервальные оценки. Несмещенные, состоятельные и эффективные оценки. Точечная оценка генерального среднего по выборочному среднему. Точечная оценка генеральной дисперсии по исправленной выборочной дисперсии. Точечные оценки параметров распределения. Метод моментов. Метод максимального правдоподобия.

13. Интервальные оценки. Интервальная оценка математического ожидания нормально распределенной случайной величины при известном среднеквадратическом отклонении. Интервальная оценка математического ожидания нормально распределенной случайной величины при неизвестном среднеквадратическом отклонении. Интервальная оценка среднеквадратического отклонения нормального распределения. Статистическая гипотеза. Нулевая и конкурирующая, простая и сложная гипотезы. Ошибки первого и второго рода. Уровень значимости и мощность критерия.

14. Статистический критерий. Критическая область. Область принятия гипотезы. Критические точки. Виды критических областей. Этапы проверки статистической гипотезы.

15. Критерий согласия Пирсона. Критические точки распределения хи-квадрат Пирсона. LMS-платформа

1. <https://openedu.ru/course/urfu/TheorVer/>

## **5.2. Описание внеаудиторных контрольно-оценочных мероприятий и средств текущего контроля по дисциплине модуля**

Разноуровневое (дифференцированное) обучение.

### **Базовый**

#### **5.2.1. Контрольная работа № 1**

Примерный перечень тем

## 1. Случайные события и их вероятности

### Примерные задания

1. Монета подброшена 3 раза. Найти вероятность того, что ни одного раза не появится «цифра».
2. Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что разность выпавших очков равна четырем, а произведение - больше десяти.
3. Под микроскопом 6 бактерий штамма А, 5 – штамма В, 4- штамма С и 2- штамма D. Для проверки на резистентность к антибиотику случайным образом выбраны 7 бактерий. Определить вероятность того, что среди них 3 бактерии штамма А, 2 – штамма В, 2- штамма С.
4. В квадрате с вершинами  $O(0,0)$ ;  $A(1,0)$ ;  $B(1,1)$ ;  $C(0,1)$  наудачу выбирается точка с координатами  $(x; y)$ . Найти вероятность события  $D = \{(x; y) | xy \leq 0,5\}$
5. Вероятность хотя бы одного попадания в цель при четырех выстрелах равна 0,9919. Найти вероятность попадания в цель при одном выстреле.
6. В группе спортсменов 20 лыжников, 6 велосипедистов, 4 бегуна. Вероятность выполнить квалификационную норму для лыжника -0,9; для велосипедиста – 0,8 и для бегуна – 0,75. Найти вероятность того, что взятый наудачу спортсмен выполнит норму.
7. Известно, что 5% всех мужчин и 0,25% всех женщин – дальтоники. Наугад выбранное лицо страдает дальтонизмом. Какова вероятность того, что это женщина?
8. На отрезок, разделенный на четыре равные части, наудачу брошены 8 точек. Найти вероятность того, что на каждую часть отрезка попадет по 2 точки. Предполагается, что вероятность попадания точки на отрезок пропорциональна длине отрезка.
9. Вероятность появления события в каждом из 100 независимых испытаний постоянна и равна 0,55. Найти вероятность того, что событие появится менее чем в половине случаев.
10. Юбилейные металлические рубли составляют 2% от их общего количества. Найти вероятность того, что из 500 металлических рублей 9 являются юбилейными.

LMS-платформа – не предусмотрена

### 5.2.2. Контрольная работа № 2

Примерный перечень тем

1. Случайные величины и их характеристики

Примерные задания

1. Получить закон распределения для числа мальчиков в семье с двумя детьми, считая вероятности рождения мальчика и девочки одинаковыми. Построить полигон распределения и график функции распределения.
2. В условиях задачи 1 определить моду, математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратичное отклонение ДСВ  $\xi = \{\text{число мальчиков}\}$
3. Испытывается устройство, состоящее из трех независимо работающих приборов. Вероятности отказа приборов таковы:  $p_1 = 0,1$ ,  $p_2 = 0,2$ ,  $p_3 = 0,5$ . Найти математическое ожидание числа отказавших приборов.
4. Задана плотность распределения НСВ  $X$  
$$p(x) = \begin{cases} Cx^3, & x \in [0; 2], \\ 0, & x \notin [0; 2]. \end{cases}$$

Найти постоянную  $C$ , функцию распределения и вероятность выполнения неравенства  $0 \leq x \leq 1$
5. В условиях задачи 4 определить моду, математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратичное отклонение НСВ.
6. Математическое ожидание и среднеквадратичное отклонение нормально распределенной случайной величины  $X$  соответственно равны 20 и 5. Найти вероятность того, что в результате испытания случайная величина примет значение, заключенное в интервале (15 ; 25).
7. В условиях задачи 6 найти длину интервала, симметричного относительно математического ожидания, в который с вероятностью 0,9950 попадет НСВ  $X$  в результате испытания.
8. НСВ  $X$  распределена по показательному закону с параметром  $\lambda = 0,6$ . Найти вероятность того, что в результате испытания НСВ  $X$  примет значение, лежащее на интервале (1 ; 4).
9. ДСВ  $X$ - число солнечных дней в году для данной местности. Установлено, что  $M[X] = 100$  дней,  $\sigma[X] = 20$  дней. Оценить сверху вероятность события  $A = (X \geq 150)$ .
10. В первом квадранте задана двумерная плотность распределения вероятности системы двух СВ:  $p(x, y) = e^{-x-y}$ ; вне квадранта  $p(x, y) = 0$ . Найти вероятность попадания случайной точки  $(x, y)$  в прямоугольник  $0 \leq x \leq \ln 2; 0 \leq y \leq \ln 3$ .

LMS-платформа – не предусмотрена

### 5.2.3. Расчетная работа № 1

Примерный перечень тем

1. Основные задачи математической статистики. Числовые характеристики статистического распределения выборки.

Примерные задания

### РАСЧЕТНАЯ РАБОТА 1: «МОНЕТКА»

1. Возьмите 10 монет одинакового достоинства, хорошо перемешайте и выложите на стол. Сосчитайте количество гербов. Запишите результат.

2. Повторите пункт 1 сто раз. Результаты оформите в виде таблицы экспериментальных данных:

№ броска	Число выпавших гербов
1	7
...	...
100	3

3. Сосчитайте, сколько раз выпало 0 гербов, 1 герб, 2 герба, 3 герба, ... результаты оформите в виде статистического ряда:

	Случайная величина $X$ - число выпадений гербов										
$x_i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Частота $n_i$	2	6	10	...	...	...	...	...	...	...	...

4. Постройте полигон частот, гистограмму.

5. Вычислите математическое ожидание  $a$  случайной величины  $X$ , ее дисперсию  $D$  и среднее квадратичное отклонение  $\sigma$ .

6. На графике, показывающем полигон относительных частот экспериментальных значений величины  $X$ , постройте кривую нормального распределения с вычисленными выше значениями математического ожидания и дисперсии.

7. Сравните экспериментальный и теоретический графики визуально.

8. Вычислите вероятности попадания случайной величины  $X$  в интервалы  $[a - \sigma, a + \sigma]$ ,  $[a - 2\sigma, a + 2\sigma]$ ,  $[a - 3\sigma, a + 3\sigma]$  и сравните с экспериментальными данными.

9. Вычислите критерий  $\chi^2$  Пирсона и проверьте гипотезу о характере распределения (нормальное, биномиальное), приняв доверительную вероятность  $\alpha = 0,05$ .

10. Постройте доверительный интервал для математического ожидания величины  $X$ .

LMS-платформа – не предусмотрена

#### 5.2.4. Расчетная работа № 2

Примерный перечень тем

1. Статистические оценки параметров распределения.

Примерные задания

## РАСЧЕТНАЯ РАБОТА 2

### ЛИНЕЙНАЯ РЕГРЕССИЯ

Для каждого из трех приведенных в таблице наборов данных  $(X, Y_1)$ ,  $(X, Y_2)$ ,  $(X, Y_3)$

№ п/п	$X$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$
1	2,170	20,260	17,040	89,740
2	3,170	27,670	17,020	70,700
3	4,070	31,860	30,520	42,450
4	5,170	27,790	14,790	16,870
5	6,040	36,640	26,890	16,570
6	7,100	50,690	31,770	17,920
7	8,180	44,580	28,520	25,890
8	9,040	62,530	46,570	46,650
9	10,120	52,140	51,910	59,550
10	11,170	52,570	20,690	92,480

проделайте следующие действия.

1. Найдите числовые характеристики выборок.
2. Напишите уравнения линейной регрессии  $Y$  на  $X$  и  $X$  на  $Y$ .
3. Постройте диаграммы рассеяния, проведите прямые линейной регрессии.

LMS-платформа – не предусмотрена

### 5.3. Описание контрольно-оценочных мероприятий промежуточного контроля по дисциплине модуля

#### 5.3.1. Экзамен

Список примерных вопросов

1. Элементы теории множеств. Комбинаторная математика.
2. Классическое определение вероятности. Геометрическое определение вероятности.
3. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
4. Случайные величины и их характеристики
5. Основные законы распределения непрерывных случайных величин. Функции от случайной величины.
6. Многомерные случайные величины.
7. Числовые характеристики двумерной случайной величины.
8. Предельные теоремы теории вероятностей
9. Основные задачи математической статистики. Числовые характеристики статистического распределения выборки.
10. Корреляционный анализ.

LMS-платформа

1. <https://exam1.urfu.ru/>

#### 5.4 Содержание контрольно-оценочных мероприятий по направлениям воспитательной деятельности

Направление воспитательной деятельности	Вид воспитательной деятельности	Технология воспитательной деятельности	Компетенция	Результаты обучения	Контрольно-оценочные мероприятия
Развитие студенческого самоуправления	учебно-исследовательская, научно-исследовательская	Технология формирования уверенности и готовности к самостоятельной успешной профессиональной деятельности	ОПК-1	Д-1	Практические/семинарские занятия