

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**  
Дифференциальная геометрия и топология

**Код модуля**  
1156380(1)

**Модуль**  
Дифференциальная геометрия и топология

**Екатеринбург**

Оценочные материалы составлены автором(ами):

<b>№ п/п</b>	<b>Фамилия, имя, отчество</b>	<b>Ученая степень, ученое звание</b>	<b>Должность</b>	<b>Подразделение</b>
1	Верников Борис Муневич	доктор физико-математических наук, доцент	Профессор	алгебры и фундаментальной информатики
2	Нагребцкая Юлия Вацлавовна	кандидат физико-математических наук, без ученого звания	Доцент	департамент математики, механики и компьютерных наук
3	Скоков Дмитрий Вячеславович	кандидат физико-математических наук, без ученого звания	Доцент	алгебры и фундаментальной информатики

**Согласовано:**

Управление образовательных программ

Ю.Д. Маева

**Авторы:**

- Верников Борис Муневич, Профессор, алгебры и фундаментальной информатики
- Нагребецкая Юлия Вацлавовна, Доцент, департамент математики, механики и компьютерных наук
- Скоков Дмитрий Вячеславович, Доцент, алгебры и фундаментальной информатики

**1. СТРУКТУРА И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ Дифференциальная геометрия и топология**

1.	Объем дисциплины в зачетных единицах	3	
2.	Виды аудиторных занятий	Лекции Практические/семинарские занятия	
3.	Промежуточная аттестация	Зачет	
4.	Текущая аттестация	Домашняя работа	1

**2. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ (ИНДИКАТОРЫ) ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ Дифференциальная геометрия и топология**

Индикатор – это признак / сигнал/ маркер, который показывает, на каком уровне обучающийся должен освоить результаты обучения и их предъявление должно подтвердить факт освоения предметного содержания данной дисциплины, указанного в табл. 1.3 РПМ-РПД.

Таблица 1

Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения (индикаторы)	Контрольно-оценочные средства для оценивания достижения результата обучения по дисциплине
1	2	3
ПК-1 -Способен демонстрировать и применять в научно-исследовательской и прикладной деятельности базовые знания математических и естественных наук, современного математического аппарата, современных языков программирования и информационных технологий	Д-2 - Проявлять умение учиться, упорство, аналитические умения З-3 - Строго доказывать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата	Домашняя работа Зачет Лекции Практические/семинарские занятия

ПК-2 -Способен математически корректно ставить естественнонаучные задачи, обрабатывать научную информацию и результаты исследований, определять закономерности предметной области	П-2 - Формулировать обоснованные заключения и выводы по результатам анализа литературных данных, собственных расчетно-теоретических работ У-3 - Интерпретировать результаты анализа научно-технической информации	Домашняя работа Зачет Лекции Практические/семинарские занятия
---	--	--

### 3. ПРОЦЕДУРЫ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ В РАМКАХ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ В БАЛЬНО-РЕЙТИНГОВОЙ СИСТЕМЕ (ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА БРС)

#### 3.1. Процедуры текущей и промежуточной аттестации по дисциплине

<b>1. Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий – 0.5</b>		
Текущая аттестация на лекциях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>Проведение мини-опросов по темам лекций</i>	7,16	100
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – 0.5		
Промежуточная аттестация по лекциям – <b>зачет</b>		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – 0.5		
<b>2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий – 0.5</b>		
Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>домашняя работа</i>	7,16	100
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям – 1		
Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям – <b>нет</b>		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по практическим/семинарским занятиям – <b>не предусмотрено</b>		
<b>3. Лабораторные занятия: коэффициент значимости совокупных результатов лабораторных занятий – не предусмотрено</b>		
Текущая аттестация на лабораторных занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лабораторным занятиям – <b>не предусмотрено</b>		

<b>Промежуточная аттестация по лабораторным занятиям –нет</b> <b>Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено</b>		
<b>4. Онлайн-занятия: коэффициент значимости совокупных результатов онлайн-занятий –не предусмотрено</b>		
Текущая аттестация на онлайн-занятиях	<b>Сроки – семестр, учебная неделя</b>	<b>Максимальная оценка в баллах</b>
<b>Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по онлайн-занятиям -не предусмотрено</b>		
<b>Промежуточная аттестация по онлайн-занятиям –нет</b> <b>Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по онлайн-занятиям – не предусмотрено</b>		

### 3.2. Процедуры текущей и промежуточной аттестации курсовой работы/проекта

Текущая аттестация выполнения курсовой работы/проекта	<b>Сроки – семестр, учебная неделя</b>	<b>Максимальная оценка в баллах</b>
<b>Весовой коэффициент текущей аттестации выполнения курсовой работы/проекта– не предусмотрено</b>		
<b>Весовой коэффициент промежуточной аттестации выполнения курсовой работы/проекта– защиты – не предусмотрено</b>		

## 4. КРИТЕРИИ И УРОВНИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

4.1. В рамках БРС применяются утвержденные на кафедре/институте критерии (признаки) оценивания достижений студентов по дисциплине модуля (табл. 4) в рамках контрольно-оценочных мероприятий на соответствие указанным в табл.1 результатам обучения (индикаторам).

Таблица 4

### Критерии оценивания учебных достижений обучающихся

<b>Результаты обучения</b>	<b>Критерии оценивания учебных достижений, обучающихся на соответствие результатам обучения/индикаторам</b>
Знания	Студент демонстрирует знания и понимание в области изучения на уровне указанных индикаторов и необходимые для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Умения	Студент может применять свои знания и понимание в контекстах, представленных в оценочных заданиях, демонстрирует освоение умений на уровне указанных индикаторов и необходимых для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Опыт /владение	Студент демонстрирует опыт в области изучения на уровне указанных индикаторов.
Другие результаты	Студент демонстрирует ответственность в освоении результатов обучения на уровне запланированных индикаторов.

	<p>Студент способен выносить суждения, делать оценки и формулировать выводы в области изучения.</p> <p>Студент может сообщать преподавателю и коллегам своего уровня собственное понимание и умения в области изучения.</p>
--	---

4.2 Для оценивания уровня выполнения критериев (уровня достижений обучающихся при проведении контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля) используется универсальная шкала (табл. 5).

Таблица 5

### Шкала оценивания достижения результатов обучения (индикаторов) по уровням

Характеристика уровней достижения результатов обучения (индикаторов)				
№ п/п	Содержание уровня выполнения критерия оценивания результатов обучения (выполненное оценочное задание)	Шкала оценивания		
		Традиционная характеристика уровня		Качественная характеристика уровня
1.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты в полном объеме, замечаний нет	Отлично (80-100 баллов)	Зачтено	Высокий (В)
2.	Результаты обучения (индикаторы) в целом достигнуты, имеются замечания, которые не требуют обязательного устранения	Хорошо (60-79 баллов)		Средний (С)
3.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты не в полной мере, есть замечания	Удовлетворительно (40-59 баллов)		Пороговый (П)
4.	Освоение результатов обучения не соответствует индикаторам, имеются существенные ошибки и замечания, требуется доработка	Неудовлетворительно (менее 40 баллов)	Не зачтено	Недостаточный (Н)
5.	Результат обучения не достигнут, задание не выполнено	Недостаточно свидетельств для оценивания		Нет результата

## 5. СОДЕРЖАНИЕ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ МЕРОПРИЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

### 5.1. Описание аудиторных контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля

#### 5.1.1. Лекции

Самостоятельное изучение теоретического материала по темам/разделам лекций в соответствии с содержанием дисциплины (п. 1.2. РПД)

#### 5.1.2. Практические/семинарские занятия

Примерный перечень тем

1. Кривые

2. Поверхности

Примерные задания

Векторные пространства. Ориентация. Билинейные и квадратичные формы. Орфлаг. Скалярное произведение и евклидовы пространства. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта и сохранение ориентации. Векторные функции скалярного аргумента. Дифференцирование полилинейных отображений. Обобщенное векторное произведение. Аффинные евклидовы пространства. Аффинные отображения. Общие сведения о кривых в аффинных евклидовых пространствах. Определение гладкой кривой. Регулярность. Длина кривой. Замена параметра. Эквивалентность кривых. Кривые единичной скорости. Натуральная параметризация регулярной кривой. Гладкие линии на плоскости. Касание гладких линий. Огибающая. Репер Френе и кривизна плоской регулярной кривой. Плоские кривые с постоянной кривизной. Соприкасающаяся окружность и центр кривизны. Натуральные уравнения кривой. Эволюта, эвольвента. Кривые общего вида. Репер Френе кривой общего вида. Теорема Френе-Жордана. Уравнения Френе кривой общего вида. Инвариантность репера Френе и кривизн относительно строгой эквивалентности и изометрии. Теорема о существовании и единственности кривой единичной скорости по её кривизнам. Теорема о последней кривизне. Кривые общего вида в трехмерном пространстве: репер Френе, кривизна и кручение, уравнение Френе.

Дифференциал гладкого отображения. Понятие поверхности. Касательное пространство. Стандартный базис касательного пространства. Примеры поверхностей. Первая фундаментальная форма. Внутренняя геометрия поверхности (длина кривой вдоль поверхности, углы на поверхности, объем поверхности, локсодрома). Внешняя геометрия гиперповерхностей. Нормальное гауссово поле. Дифференциал нормального отображения. Основной оператор гиперповерхности и вторая фундаментальная форма. Самосопряженность основного оператора и симметричность второй фундаментальной формы гиперповерхности. Матрица основного оператора гиперповерхности. Главные кривизны и главные направления. Полная гауссова и средняя кривизны гиперповерхности. Линии кривизны. Локальное строение гиперповерхности. Нормальная кривизна. Теорема Мёнье. Теорема Эйлера. Асимптотические линии.

LMS-платформа – не предусмотрена

## **5.2. Описание внеаудиторных контрольно-оценочных мероприятий и средств текущего контроля по дисциплине модуля**

Разноуровневое (дифференцированное) обучение.

### **Базовый**

#### **5.2.1. Домашняя работа**

Примерный перечень тем

1. 1) Эволюта и эвольвента плоской кривой 2) Вычисление кривизны и кручения кривой в трехмерном пространстве 1) Вычисление второй фундаментальной формы поверхности 2) Вычисление главных направлений и главных нормальных кривизн, Гауссовой и средней кривизн двумерной поверхности в трехмерном пространстве

Примерные задания

P1. Тема: эволюта и эвольвента плоской кривой.

Вариант 1. Найти уравнения эволюты кривой, заданной в полярной системе координат уравнением .

Вариант 2. Доказать, что эволюта плоской кривой есть геометрическое место центров ее кривизны.

Вариант 3. Найти особые точки эволют эллипса, гиперболы, параболы.

P1. Тема: вычисление кривизны и кручения кривой в трехмерном пространстве.

Вариант 1. Найти кривизну и кручение кривой

Вариант 2. Доказать, что для кривой

кривизна равна кручению.

Вариант 3. Найти кривизну параболы, заданной в прямоугольной системе координат уравнением .

P2. Тема: вычисление второй фундаментальной формы поверхности.

Вариант 1. Найти вторую фундаментальную форму прямого геликоида

, , .

Вариант 2. Найти вторую фундаментальную форму поверхности, заданной уравнением .

Вариант 3. Найти вторую фундаментальную форму поверхности вращения

, , .

P2. Тема: вычисление главных направлений и главных нормальных кривизн, Гауссовой и средней кривизн двумерной поверхности в трехмерном пространстве.

Вариант 1. Найти главные направления и главные кривизны прямого геликоида

, , .

Вариант 2. Вычислить главные кривизны поверхности в точке (1,1,1).

Вариант 3. Вычислить главные кривизны поверхности

в начале координат.

LMS-платформа – не предусмотрена

### **5.3. Описание контрольно-оценочных мероприятий промежуточного контроля по дисциплине модуля**

#### **5.3.1. Зачет**

Список примерных вопросов

1. 1. Векторная функция от одной переменной. Теорема о дифференцировании полилинейных отображений (без доказательства). Следствие из нее. 2. Кривая в аффинном евклидовом пространстве. Производная, касательная. Регулярность кривой. 3.



Эквивалентность кривых, строгая эквивалентность кривых. Длина кривой. 4. Утверждение об инвариантности длины кривой относительно замены параметра и изометрии (без доказательства). 5. Кривая 1-скорости (определение, свойства). Теорема о строгой эквивалентности регулярной кривой и кривой 1-скорости. (без доказательства). Натуральная параметризация кривой. 6. Гладкие кривые на плоскости. Различные задания гладких линий на плоскости. Гради-ент. 7. Касательная, нормаль. Условие соприкосновения (касания) двух кривых при различном задании их на плоскости. Порядок касания двух плоских кривых. 8. Огибающая семейства плоских кривых. Определение огибающей, необходимое условие огибающей. 9. Понятие подвижного репера плоской регулярной кривой, кривизны этой кривой. Теорема Френе. Инвариантность репера Френе и кривизны относительно строгой замены параметра и изометрии (без доказательства). 10. Утверждение о плоской регулярной кривой с постоянной кривизной (без доказательства). Теорема о натуральных уравнениях кривой (без доказательства). Механический смысл кривизны кривой 1-скорости. 11. Центр кривизны, радиус кривизны, соприкасающаяся окружность (определение). Утверждение о соприкасающейся окружности (формулировка). 12. Определение эволюты. Утверждение о свойствах эволюты для бирегулярной кривой (без доказательства). 13. Определение эвольвенты. Утверждение об эвольвенте бирегулярной кривой 1-скорости (без доказательства). 14. Определение кривой общего положения, базиса Френе кривой общего положения. Утверждение о существовании и единственности базиса Френе кривой общего положения (без доказательства). 15. Теорема Френе-Жордана (без доказательства). Уравнения Френе. 16. Инвариантность репера Френе и кривизны относительно строгой замены параметра и изометрии (без доказательства). Теорема о существовании и единственности кривых с данными кривизнами (формулировка). 17. Теорема о кривых общего положения с нулевой последней кривизной. 18. Кривые общего вида в трёхмерном пространстве. Формулы Френе в трёхмерном пространстве. Нахождение векторов репера Френе, кривизны, кручения. Касательная, главная нормаль, бинормаль, соприкасающаяся плоскость, спрямляющая плоскость, нормальная плоскость. 19. Дифференциал гладкого отображения (определение). Частные производные. Предложение о значении дифференциала от касательного вектора кривой (без доказательства). 20. Понятие поверхности в аффинном пространстве. Касательный вектор поверхности, касательное пространство. Утверждение о касательном пространстве (без доказательства). 21. и стандартный базис касательного пространства. 22. Равенство координат касательного вектора поверхности в стандартном базисе касательного пространства и координат его прообраза в стандартном базисе в области определения (без доказательства). 23. Вычисления на поверхности (внутренняя геометрия поверхности). Определение первой фундаментальной формы. Вычисление длины кривой, угла на поверхности. Вычисление «объёма» поверхности. Нахождение локсодромы. 24. Определение нормального стандартного гауссова поля для гиперповерхности. Утверждение о дифференциале нормального гауссова поля (без доказательства). 25. Определение основного оператора в точке для гиперповерхности. Определение второй фундаментальной формы. Основные свойства этих оператора и формы (без доказательства). 26. Основной оператор как композиция двух дифференциалов. 27. Определение полной Гауссовой и средней кривизны, а также главных кривизн и главных направлений для гиперповерхности. 28. Утверждение о матрице основного оператора (без доказательства). 29. Связь полной и средней кривизны с главными кривизнами. 30. Нормальное сечение и нормальная

кривизна. Теорема Менье (без доказательства). Теорема Эйлера (без доказательства).  
Следствие из неё.

LMS-платформа – не предусмотрена

#### 5.4 Содержание контрольно-оценочных мероприятий по направлениям воспитательной деятельности

Направление воспитательной деятельности	Вид воспитательной деятельности	Технология воспитательной деятельности	Компетенция	Результаты обучения	Контрольно-оценочные мероприятия
Профессиональное воспитание	учебно-исследовательская, научно-исследовательская	Технология самостоятельной работы	ПК-1	Д-2	Домашняя работа Зачет Лекции Практические/семинарские занятия