

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Теория вероятностей и математическая статистика

Код модуля
1156858(1)

Модуль
Математические основы обеспечения
информационной безопасности

Екатеринбург

Оценочные материалы составлены автором(ами):

№ п/п	Фамилия, имя, отчество	Ученая степень, ученое звание	Должность	Подразделение
1	Альшанский Максим Алексеевич	кандидат физико-математических наук, доцент	Доцент	департамент информационных технологий и автоматизи
2	Белоусова Вероника Игоревна	к.ф.-м.н.	доцент	ДИТ и А
3	Поторочина Ксения Сергеевна	к.п.н.	доцент	ДИТ и А

Согласовано:

Управление образовательных программ

Т.Г. Комарова

Авторы:

- **Альшанский Максим Алексеевич**, Доцент, департамент информационных технологий и автоматике
- **Белоусова Вероника Игоревна**, доцент, ДИТ и А
- **Поторочина Ксения Сергеевна**, доцент, ДИТ и А

1. СТРУКТУРА И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ **Теория вероятностей и математическая статистика**

1.	Объем дисциплины в зачетных единицах	4	
2.	Виды аудиторных занятий	Лекции Практические/семинарские занятия	
3.	Промежуточная аттестация	Экзамен	
4.	Текущая аттестация	Контрольная работа	1
		Домашняя работа	2
		Расчетно-графическая работа	1

2. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ (ИНДИКАТОРЫ) ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ **Теория вероятностей и математическая статистика**

Индикатор – это признак / сигнал/ маркер, который показывает, на каком уровне обучающийся должен освоить результаты обучения и их предъявление должно подтвердить факт освоения предметного содержания данной дисциплины, указанного в табл. 1.3 РПМ-РПД.

Таблица 1

Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения (индикаторы)	Контрольно-оценочные средства для оценивания достижения результата обучения по дисциплине
1	2	3
УК-1 -Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий (Информационная безопасность телекоммуникационных систем)	З-1 - Сделать обзор основных принципов критического мышления, методов анализа и оценки информации, полученной в том числе с помощью цифровых средств З-2 - Объяснять основные принципы критического мышления, методы анализа и оценки достижений современной цивилизации, включая достижения глобальной цифровизации	Домашняя работа № 1 Домашняя работа № 2 Контрольная работа Лекции Практические/семинарские занятия Расчетно-графическая работа Экзамен

	<p>П-1 - Выявлять и анализировать проблемную ситуацию, выделяя ее структурные составляющие и связи между ними</p> <p>П-2 - Определять пути решения поставленных задач, в том числе в цифровой среде, опираясь на методики поиска, системного анализа и коррекции информации</p> <p>У-1 - Критически анализировать информацию, формировать собственное мнение и формулировать аргументы для защиты своей позиции</p> <p>У-2 - Определять достоверность и обоснованность выводов, выявлять и анализировать типовые ошибки в рассуждениях и когнитивные искажения в работе с информацией</p> <p>У-3 - Критически оценивать надежность источников информации в условиях неопределенности и избытка/недостатка информации для решения поставленных задач, в том числе в цифровой среде</p>	
<p>ОПК-3 -Способен использовать математические методы, необходимые для решения задач профессиональной деятельности</p>	<p>З-1 - Привести примеры использования методов моделирования и математического анализа в решении задач, относящихся к профессиональной деятельности</p> <p>З-2 - Перечислить и дать краткую характеристику освоенным за время обучения пакетам прикладных программ, используемых для моделирования при решении задач в области профессиональной деятельности</p> <p>П-1 - Решать поставленные задачи, относящиеся к области профессиональной деятельности, используя</p>	<p>Домашняя работа № 1 Домашняя работа № 2 Контрольная работа Лекции Практические/семинарские занятия Расчетно-графическая работа Экзамен</p>

	<p>освоенные за время обучения пакеты прикладных программ для моделирования и математического анализа</p> <p>У-1 - Обоснованно выбрать возможные методы моделирования и математического анализа для предложенных задач профессиональной деятельности</p> <p>У-2 - Выбирать пакеты прикладных программ для использования их в моделировании при решении поставленных задач в области профессиональной деятельности</p>	
<p>УК-1 -Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, выработать стратегию действий (Информационно-аналитические системы безопасности)</p>	<p>З-1 - Сделать обзор основных принципов критического мышления, методов анализа и оценки информации, полученной в том числе с помощью цифровых средств</p> <p>З-2 - Объяснять основные принципы критического мышления, методы анализа и оценки достижений современной цивилизации, включая достижения глобальной цифровизации</p> <p>П-1 - Выявлять и анализировать проблемную ситуацию, выделяя ее структурные составляющие и связи между ними</p> <p>П-2 - Определять пути решения поставленных задач, в том числе в цифровой среде, опираясь на методики поиска, системного анализа и коррекции информации</p> <p>У-1 - Критически анализировать информацию, формировать собственное мнение и формулировать аргументы для защиты своей позиции</p> <p>У-2 - Определять достоверность и обоснованность выводов, выявлять и анализировать типовые ошибки в</p>	<p>Домашняя работа № 1</p> <p>Домашняя работа № 2</p> <p>Контрольная работа</p> <p>Лекции</p> <p>Практические/семинарские занятия</p> <p>Расчетно-графическая работа</p> <p>Экзамен</p>

	<p>рассуждениях и когнитивные искажения в работе с информацией</p> <p>У-3 - Критически оценивать надежность источников информации в условиях неопределенности и избытка/недостатка информации для решения поставленных задач, в том числе в цифровой среде</p>	
--	--	--

3. ПРОЦЕДУРЫ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ В РАМКАХ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ В БАЛЬНО-РЕЙТИНГОВОЙ СИСТЕМЕ (ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА БРС)

3.1. Процедуры текущей и промежуточной аттестации по дисциплине

1. Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий – 0.80		
Текущая аттестация на лекциях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>контрольная работа</i>	3,8	50
<i>расчетно-графическая работа</i>	3,14	50
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – 0.40		
Промежуточная аттестация по лекциям – экзамен		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – 0.60		
2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий – 0.20		
Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>домашняя работа</i>	3,10	50
<i>домашняя работа</i>	3,16	50
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям – 1.00		
Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям – нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по практическим/семинарским занятиям – 0.00		
3. Лабораторные занятия: коэффициент значимости совокупных результатов лабораторных занятий – не предусмотрено		
Текущая аттестация на лабораторных занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах

Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лабораторным занятиям -не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по лабораторным занятиям –нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено		
4. Онлайн-занятия: коэффициент значимости совокупных результатов онлайн-занятий –не предусмотрено		
Текущая аттестация на онлайн-занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по онлайн-занятиям -не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по онлайн-занятиям –нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по онлайн-занятиям – не предусмотрено		

3.2. Процедуры текущей и промежуточной аттестации курсовой работы/проекта

Текущая аттестация выполнения курсовой работы/проекта	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент текущей аттестации выполнения курсовой работы/проекта– не предусмотрено		
Весовой коэффициент промежуточной аттестации выполнения курсовой работы/проекта– защиты – не предусмотрено		

4. КРИТЕРИИ И УРОВНИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

4.1. В рамках БРС применяются утвержденные на кафедре/институте критерии (признаки) оценивания достижений студентов по дисциплине модуля (табл. 4) в рамках контрольно-оценочных мероприятий на соответствие указанным в табл.1 результатам обучения (индикаторам).

Таблица 4

Критерии оценивания учебных достижений обучающихся

Результаты обучения	Критерии оценивания учебных достижений, обучающихся на соответствие результатам обучения/индикаторам
Знания	Студент демонстрирует знания и понимание в области изучения на уровне указанных индикаторов и необходимые для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Умения	Студент может применять свои знания и понимание в контекстах, представленных в оценочных заданиях, демонстрирует освоение умений на уровне указанных индикаторов и необходимых для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Опыт /владение	Студент демонстрирует опыт в области изучения на уровне указанных индикаторов.

Другие результаты	<p>Студент демонстрирует ответственность в освоении результатов обучения на уровне запланированных индикаторов.</p> <p>Студент способен выносить суждения, делать оценки и формулировать выводы в области изучения.</p> <p>Студент может сообщать преподавателю и коллегам своего уровня собственное понимание и умения в области изучения.</p>
-------------------	---

4.2 Для оценивания уровня выполнения критериев (уровня достижений обучающихся при проведении контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля) используется универсальная шкала (табл. 5).

Таблица 5

Шкала оценивания достижения результатов обучения (индикаторов) по уровням

Характеристика уровней достижения результатов обучения (индикаторов)				
№ п/п	Содержание уровня выполнения критерия оценивания результатов обучения (выполненное оценочное задание)	Шкала оценивания		
		Традиционная характеристика уровня		Качественная характеристика уровня
1.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты в полном объеме, замечаний нет	Отлично (80-100 баллов)	Зачтено	Высокий (В)
2.	Результаты обучения (индикаторы) в целом достигнуты, имеются замечания, которые не требуют обязательного устранения	Хорошо (60-79 баллов)		Средний (С)
3.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты не в полной мере, есть замечания	Удовлетворительно (40-59 баллов)		Пороговый (П)
4.	Освоение результатов обучения не соответствует индикаторам, имеются существенные ошибки и замечания, требуется доработка	Неудовлетворительно (менее 40 баллов)	Не зачтено	Недостаточный (Н)
5.	Результат обучения не достигнут, задание не выполнено	Недостаточно свидетельств для оценивания		Нет результата

5. СОДЕРЖАНИЕ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ МЕРОПРИЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

5.1. Описание аудиторных контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля

5.1.1. Лекции

Самостоятельное изучение теоретического материала по темам/разделам лекций в соответствии с содержанием дисциплины (п. 1.2. РПД)

5.1.2. Практические/семинарские занятия

Примерный перечень тем

1. Случайный эксперимент, пространство элементарных событий (исходов). События, операции над событиями, противоположное событие, невозможное событие, достоверное событие, несовместные события, отношение следствия для событий, сигма-алгебра событий. Вероятность (вероятностная мера), свойства вероятности (формула сложения, свойство непрерывности вероятности).

2. Вероятностное пространство. Простейшие примеры вероятностных пространств: вероятностное пространство в схеме с конечным числом равновероятных исходов, дискретное вероятностное пространство, вероятностное пространство в схеме с геометрическими вероятностями.

3. Условная вероятность, независимость событий (попарная независимость и независимость в совокупности, связь между ними). Формула умножения вероятностей. Полная группа событий и формула полной вероятности. Формула Байеса. Испытания Бернулли. Основные вероятностные формулы в схеме Бернулли.

4. Предельные теоремы в схеме Бернулли: теорема Пуассона, локальная и интегральная теоремы Муавра – Лапласа.

5. Измеримые функции и их свойства. Борелевские функции. Понятие случайной величины. Распределение вероятностей случайной величины. Способы задания распределения вероятностей случайной величины: случай дискретной случайной величины; функция распределения и ее свойства; абсолютно-непрерывные случайные величины, плотность распределения вероятностей случайной величины.

6. Примеры часто встречающихся распределений вероятностей: биномиальное, геометрическое, гипергеометрическое, распределение Пуассона, равномерное, нормальное (гауссовское), показательное, гамма-распределение, распределение Коши, распределение χ -квадрат, распределение Стьюдента. Случайный вектор, распределение вероятностей случайного вектора (совместное распределение нескольких случайных величин).

7. Функция совместного распределения, плотность совместного распределения случайных величин. Сигма-алгебра, порожденная случайной величиной, независимость сигма-алгебр, независимость случайных величин. Критерий независимости дискретных случайных величин, критерий независимости в терминах функции совместного распределения, в терминах плотности совместного распределения. Функции от случайных величин. Функция распределения борелевской функции от случайной величины. Преобразование плотности совместного распределения при гладком биективном отображении. Плотность распределения суммы независимых абсолютно-непрерывных случайных величин

8. Интеграл Лебега, определение и основные свойства.

9. Определение математического ожидания случайной величины, его вероятностный смысл, свойства. Формулы для вычисления математического ожидания дискретной случайной величины, абсолютно-непрерывной случайной величины. Математическое ожидание борелевской функции от случайной величины. Моменты, абсолютные моменты, центральные моменты.

10. Неравенство Чебышева, различные формы его записи.

11. Дисперсия: определение, вероятностный смысл, свойства, вычисление. Ковариация, коэффициент корреляции, определение, свойства. Связь между понятиями "независимость" и "некоррелированность".

12. Определение условного математического ожидания одной случайной величины относительно другой для случая дискретных случайных величин и его свойства. Формула полного математического ожидания. Общее определение условного математического ожидания одной случайной величины относительно другой. Вычисление условного математического ожидания для абсолютно непрерывных случайных величин (плотность условного распределения одной случайной величины относительно другой)

13. Сферически-симметрическое нормальное распределение. Невырожденное многомерное нормальное распределение – плотность распределения, связь с сферически-симметрическим, ковариационная матрица. Замкнутость класса гауссовских распределений относительно линейных преобразований. Эквивалентность независимости и некоррелированности гауссовских случайных величин.

14. Различные виды сходимости последовательностей случайных величин: по вероятности, в среднеквадратичном, с вероятностью единица (почти всегда), по распределению (слабая сходимость распределений). Связи между ними. Слабый закон больших чисел. Усиленный закон больших чисел. Характеристическая функция случайной величины, ее свойства. Вычисление моментов случайной величины с помощью характеристической функции. Характеристическая функция суммы независимых случайных величин.

15. Связь между слабой сходимостью распределений вероятностей и сходимостью характеристических функций (теорема непрерывности). Центральная предельная теорема для одинаково распределенных случайных величин. Центральная предельная теорема Ляпунова.

16. Основные понятия математической статистики: Выборка, реализация выборки, статистика, k -я порядковая статистика, вариационный ряд.

17. Эмпирическая функция распределения, ее свойства. Теорема Гливленко.

18. Распределение Колмогорова и теорема Колмогорова. Эмпирическая плотность распределения, гистограмма распределения случайной величины. Теорема о сходимости эмпирических плотностей распределения.

19. Точечные оценки параметров распределения, понятия состоятельности, несмещенности, инвариантности относительно сдвига точечных оценок. Выборочное среднее, выборочные моменты, выборочные центральные моменты, выборочная дисперсия, и их свойства. Понятие асимптотической нормальности оценки параметра.

20. Асимптотическая нормальность выборочного среднего, выборочных моментов, выборочной дисперсии. Понятие доверительного интервала для оценки параметра. Построение доверительных интервалов для математического ожидания и дисперсии с помощью свойства асимптотической нормальности. Лемма Фишера, построение доверительных интервалов для математического ожидания и дисперсии гауссовской случайной величины с помощью леммы Фишера. Неравенство Рао–Крамера, информационное количество Фишера и понятие эффективности оценки.

21. Проверка статистических гипотез: понятие статистического критерия, ошибок первого и второго рода, уровня значимости критерия. Статистика Колмогорова и критерий согласия Колмогорова. Теорема Пирсона. Статистика Пирсона и критерий согласия Пирсона. Критический уровень значимости критерия для данной реализации

выборки. Принцип максимального правдоподобия. Оценка параметров общей линейной модели (метод наименьших квадратов как следствие ПМП), линейная (квадратическая, тригонометрическая и т. п.) регрессия

Примерные задания

Упражнения

1. Сколько различных «слов», состоящих из трех букв, можно образовать из букв слова БУРАН? А если «слова» содержат не менее трех букв?
2. Сколькими способами можно выбрать один цветок из корзины, в которой имеется 12 гвоздик, 15 роз и 7 хризантем?
3. Группа студентов изучает 10 различных дисциплин. Сколькими способами можно составить расписание занятий в понедельник, если в этот день должно быть 4 разных занятия?
4. Из 10 мальчиков и 10 девочек спортивного класса для участия в эстафете надо составить три команды, каждая из которых состоит из мальчика и девочки. Сколькими способами это можно сделать?
5. Сколько можно составить четырехзначных чисел так, чтобы любые две соседние цифры были различны?

1. Двумерная с. в. (X, Y) задана законом распределения.

$X \setminus Y$	1	2	3	4
1	0,07	0,04	0,11	0,11
2	0,08	0,11	0,06	0,08
3	0,09	0,13	0,10	0,02

Проверить, зависимы ли с. в. X и Y . Найти $\text{cov}(X, Y)$.

2. Плотность совместного распределения с. в. X и Y задана формулой

$$f(x, y) = \begin{cases} a(1 - xy^3), & \text{при } |x| \leq 1, |y| \leq 1, \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

Найти постоянную a и коэффициент корреляции.

3. Непрерывная двумерная с. в. (X, Y) задана плотностью распределения вероятностей

$$f(x, y) = \begin{cases} c(x + y), & \text{при } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Зависимы ли с. в. X и Y ? Найти м. о. и дисперсию с. в. X и Y .

[LMS-платформа – не предусмотрена](#)

5.2. Описание внеаудиторных контрольно-оценочных мероприятий и средств текущего контроля по дисциплине модуля

Разноуровневое (дифференцированное) обучение.

Базовый

5.2.1. Контрольная работа

[Примерный перечень тем](#)

[1. Непрерывная случайная величина](#)

[Примерные задания](#)

Контрольная работа. Непрерывная случайная величина

1. С. в. X задана функцией распределения $F(x)$.

Найти: плотность распределения вероятностей $f(x)$;

неизвестный параметр a ;

вероятность того, что в результате одного испытания с. в. X примет значение, заключенное в интервале (α, β) ;

математическое ожидание $M[x]$ и дисперсию $D[x]$;

вероятность того, что в результате n независимых испытаний

с. в. X примет k раз значение, заключенное в интервале (α, β) .

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1; \\ ax + \frac{3}{4}, & -1 < x \leq \frac{1}{3}; \\ 1, & x > \frac{1}{3}. \end{cases}$$

$$\alpha = -\frac{1}{2}; \beta = 1; n = 300, k = 220.$$

2. С.в. X задана плотностью вероятности $f(x)$.

Найти: функцию распределения $F(x)$;

вероятность того, что в результате одного испытания с. в. X примет значение, заключенное в интервале (α, β) ;

математическое ожидание $M[x]$;

вероятность того, что в результате n независимых испытаний

с. в. X примет значение, заключенное в интервале (α, β) от k_1 до k_2 раз.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < -2; \\ \frac{x}{2} + 1, & -2 < x < 0; \\ 0, & x > 0. \end{cases}$$

$$\alpha = -1; \beta = 0;$$

$$n = 50, k_1 = 30, k_2 = 45.$$

3. С.в. X распределена равномерно на отрезке $[1,3]$. Записать $f(x)$ вычислить $M[x], D[x]$.

4. Распределение с.в. X подчинено показательному закону с параметром λ . Записать $f(x)$ вычислить $M[x], D[x]$. $\lambda=2$

5. Распределение с.в. X подчинено нормальному закону с параметрами $a = 3$ и $\sigma = 2$. Записать $f(x), F(x)$, вычислить $P(1,4)$, $P(|X - 3| < 2)$.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.2. Домашняя работа № 1

Примерный перечень тем

1. Классическая вероятность

Примерные задания

Вариант 0

1. В ОТК работают мастер, проверяющий 80% изготовленных изделий, и ученик, проверяющий 20% изделий. Мастер замечает брак в 95% случаев, тогда как ученик - в 90% случаев. Изделие, прошедшее контроль, оказалось дефектным и возвращено покупателем. Что вероятнее, изделие проверял мастер или ученик?
2. В тире имеется 5 ружей, вероятности попадания из которых соответственно равны 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9. Стреляющий берет наудачу одно из ружей. Найти вероятность попадания из него.
3. Среди 20 участников международной конференции английский язык знает 15. Какова вероятность того, что среди наудачу отобранных 5 участников 3 знают английский язык?
4. В ящике 10 деталей, из которых 3 бракованных. Сборщик наудачу взял 4 детали. Найти вероятность того, что а) хотя бы одна из взятых деталей бракована; б) бракованных деталей менее двух; в) бракованных деталей более трех.
5. На участке работают 7 мужчин и 3 женщины. По табельным номерам отобраны наудачу 3 человека. Найти вероятность того, что все отобранные лица окажутся мужчинами.
6. Наблюдениями установлено, что в некоторой местности в сентябре бывает в среднем 12 дождливых дней. Что вероятнее: из 10 наудачу выбранных дней в сентябре дождливыми окажутся 4 или 5 дней?
7. В хоккейном турнире участвуют 6 команд. Каждая команда должна сыграть с каждой один раз. Сколько игр будет сыграно в турнире?

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.3. Домашняя работа № 2

Примерный перечень тем

1. Двумерная случайная величина

Примерные задания

Двумерная случайная величина

1. Известен закон распределения двумерной случайной величины (X, Y) .
 - а. Найти законы распределения составляющих и их числовые характеристики $(M[x], D[x], M[y], D[y])$;
 - б. Составить условные законы распределения составляющих и вычислить соответствующие мат. ожидания;
 - в. Построить поле распределения и линию регрессии Y по X и X по Y ;
 - г. Вычислить корреляционный момент (коэффициент ковариации) μ_{xy} и коэффициент корреляции r_{xy} .
2. Составить двумерный закон распределения с.в. (X, Y) , если известны законы независимых составляющих. Чему равен коэффициент корреляции r_{xy} ?

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.4. Расчетно-графическая работа

Примерный перечень тем

1. Математическая статистика

Примерные задания

Порядок выполнения работы

Выдвинуть гипотезу H_0 о нормальном распределении признака X (или Y).

1. Если частоты первых и последних интервалов малы (меньше пяти [1]), то объединить их с соседними интервалами. l' – новое число интервалов.

2. Вычислить по выборке значение статистики $\chi^2 = \sum_{i=1}^{l'} \frac{(n_{x_i} - n'_{x_i})^2}{n'_{x_i}}$.

Случайная величина χ^2 имеет χ^2 – распределение Пирсона.

n_{x_i} – наблюдаемая частота, соответствующая i -му интервалу;

n'_{x_i} – теоретическая частота, которую вычисляется по формуле

$$n_{x_i} = n \cdot p_{x_i},$$

где p_{x_i} – теоретическая вероятность попадания случайной величины

$$X \text{ в интервал } [\alpha_{i-1}, \alpha_i] p_{x_i} = \Phi\left(\frac{\alpha_i - \bar{x}}{s_x}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha_{i-1} - \bar{x}}{s_x}\right),$$

где $\Phi(u)$ – функция Лапласа.

5.3. Описание контрольно-оценочных мероприятий промежуточного контроля по дисциплине модуля

5.3.1. Экзамен

Список примерных вопросов

1. Случайный эксперимент, пространство элементарных событий (исходов). События, операции над событиями, противоположное событие, невозможное событие, достоверное событие, несовместные события, отношение следствия для событий, сигма-алгебра событий. Вероятность (вероятностная мера), свойства вероятности (формула сложения, свойство непрерывности вероятности).

2. Вероятностное пространство. Простейшие примеры вероятностных пространств: вероятностное пространство в схеме с конечным числом равновероятных исходов, дискретное вероятностное пространство, вероятностное пространство в схеме с геометрическими вероятностями.

3. Условная вероятность, независимость событий (попарная независимость и независимость в совокупности, связь между ними). Формула умножения вероятностей. Полная группа событий и формула полной вероятности. Формула Байеса. Испытания Бернулли. Основные вероятностные формулы в схеме Бернулли.

4. Предельные теоремы в схеме Бернулли: теорема Пуассона, локальная и интегральная теоремы Муавра – Лапласа.

5. Измеримые функции и их свойства. Борелевские функции. Понятие случайной величины. Распределение вероятностей случайной величины. Способы задания распределения вероятностей случайной величины: случай дискретной случайной величины; функция распределения и ее свойства; абсолютно-непрерывные случайные величины, плотность распределения вероятностей случайной величины

6. Примеры часто встречающихся распределений вероятностей: биномиальное, геометрическое, гипергеометрическое, распределение Пуассона, равномерное, нормальное (гауссовское), показательное, гамма-распределение, распределение Коши, распределение χ^2 -квадрат, распределение Стьюдента. Случайный вектор, распределение вероятностей случайного вектора (совместное распределение нескольких случайных величин).

7. Функция совместного распределения, плотность совместного распределения случайных величин. Сигма-алгебра, порожденная случайной величиной, независимость сигма-алгебр, независимость случайных величин. Критерий независимости дискретных случайных величин, критерий независимости в терминах функции совместного распределения, в терминах плотности совместного распределения. Функции от случайных величин. Функция распределения борелевской функции от случайной величины. Преобразование плотности совместного распределения при гладком биективном отображении. Плотность распределения суммы независимых абсолютно-непрерывных случайных величин

8. Интеграл Лебега, определение и основные свойства.

9. Определение математического ожидания случайной величины, его вероятностный смысл, свойства. Формулы для вычисления математического ожидания дискретной случайной величины, абсолютно-непрерывной случайной величины. Математическое

ожидание борелевской функции от случайной величины. Моменты, абсолютные моменты, центральные моменты.

10. Неравенство Чебышева, различные формы его записи.

11. Дисперсия: определение, вероятностный смысл, свойства, вычисление. Ковариация, коэффициент корреляции, определение, свойства. Связь между понятиями "независимость" и "некоррелированность".

12. Определение условного математического ожидания одной случайной величины относительно другой для случая дискретных случайных величин и его свойства. Формула полного математического ожидания. Общее определение условного математического ожидания одной случайной величины относительно другой. Вычисление условного математического ожидания для абсолютно непрерывных случайных величин (плотность условного распределения одной случайной величины относительно другой)

13. Сферически-симметрическое нормальное распределение. Невырожденное многомерное нормальное распределение – плотность распределения, связь с сферически-симметрическим, ковариационная матрица. Замкнутость класса гауссовских распределений относительно линейных преобразований. Эквивалентность независимости и некоррелированности гауссовских случайных величин.

14. Различные виды сходимости последовательностей случайных величин: по вероятности, в среднеквадратичном, с вероятностью единица (почти всегда), по распределению (слабая сходимость распределений). Связи между ними. Слабый закон больших чисел. Усиленный закон больших чисел. Характеристическая функция случайной величины, ее свойства. Вычисление моментов случайной величины с помощью характеристической функции. Характеристическая функция суммы независимых случайных величин.

15. Связь между слабой сходимостью распределений вероятностей и сходимостью характеристических функций (теорема непрерывности). Центральная предельная теорема для одинаково распределенных случайных величин. Центральная предельная теорема Ляпунова.

16. Основные понятия математической статистики: Выборка, реализация выборки, статистика, k -я порядковая статистика, вариационный ряд.

17. Эмпирическая функция распределения, ее свойства. Теорема Гливленко.

18. Распределение Колмогорова и теорема Колмогорова. Эмпирическая плотность распределения, гистограмма распределения случайной величины. Теорема о сходимости эмпирических плотностей распределения.

19. Точечные оценки параметров распределения, понятия состоятельности, несмещенности, инвариантности относительно сдвига точечных оценок. Выборочное среднее, выборочные моменты, выборочные центральные моменты, выборочная дисперсия, и их свойства. Понятие асимптотической нормальности оценки параметра.

20. Асимптотическая нормальность выборочного среднего, выборочных моментов, выборочной дисперсии. Понятие доверительного интервала для оценки параметра. Построение доверительных интервалов для математического ожидания и дисперсии с помощью свойства асимптотической нормальности. Лемма Фишера, построение доверительных интервалов для математического ожидания и дисперсии гауссовской случайной величины с помощью леммы Фишера. Неравенство Рао–Крамера, информационное количество Фишера и понятие эффективности оценки.

21. Проверка статистических гипотез: понятие статистического критерия, ошибок первого и второго рода, уровня значимости критерия. Статистика Колмогорова и критерий согласия Колмогорова. Теорема Пирсона. Статистика Пирсона и критерий согласия Пирсона. Критический уровень значимости критерия для данной реализации выборки. Принцип максимального правдоподобия. Оценка параметров общей линейной модели (метод наименьших квадратов как следствие ПМП), линейная (квадратическая, тригонометрическая и т. п.) регрессия

LMS-платформа – не предусмотрена

5.4 Содержание контрольно-оценочных мероприятий по направлениям воспитательной деятельности

Направление воспитательной деятельности	Вид воспитательной деятельности	Технология воспитательной деятельности	Компетенция	Результаты обучения	Контрольно-оценочные мероприятия
Профессиональное воспитание	учебно-исследовательская, научно-исследовательская	Технология самостоятельной работы	ОПК-3	У-2	Домашняя работа № 1 Домашняя работа № 2 Практические/семинарские занятия Расчетно-графическая работа