

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**
Математический анализ

Код модуля
1156259(2)

Модуль
Высшая математика для профессиональной
деятельности

Екатеринбург

Оценочные материалы составлены автором(ами):

№ п/п	Фамилия, имя, отчество	Ученая степень, ученое звание	Должность	Подразделение
1	Альшанский Максим Алексеевич	кандидат физико-математических наук, доцент	Доцент	департамент информационных технологий и автоматике

Согласовано:

Управление образовательных программ

Т.Г. Комарова

Авторы:

- **Альшанский Максим Алексеевич**, Доцент, департамент информационных технологий и автоматике

1. СТРУКТУРА И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ Математический анализ

1.	Объем дисциплины в зачетных единицах	3	
2.	Виды аудиторных занятий	Лекции Практические/семинарские занятия	
3.	Промежуточная аттестация	Экзамен	
4.	Текущая аттестация	Контрольная работа	4
		Домашняя работа	4

2. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ (ИНДИКАТОРЫ) ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ Математический анализ

Индикатор – это признак / сигнал/ маркер, который показывает, на каком уровне обучающийся должен освоить результаты обучения и их предьявление должно подтвердить факт освоения предметного содержания данной дисциплины, указанного в табл. 1.3 РПМ-РПД.

Таблица 1

Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения (индикаторы)	Контрольно-оценочные средства для оценивания достижения результата обучения по дисциплине
1	2	3
ОПК-2 -Способен формализовывать и решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, используя методы моделирования и математического анализа	Д-1 - Способность к самообразованию, к самостоятельному освоению новых методов математического анализа и моделирования З-1 - Привести примеры использования методов моделирования и математического анализа в решении задач, относящихся к профессиональной деятельности З-2 - Перечислить и дать краткую характеристику освоенным за время обучения пакетам прикладных программ, используемых для моделирования при решении	Домашняя работа № 1 Домашняя работа № 2 Домашняя работа № 3 Домашняя работа № 4 Контрольная работа № 1 Контрольная работа № 2 Контрольная работа № 3 Контрольная работа № 4 Лекции Практические/семинарские занятия Экзамен

	<p>задач в области профессиональной деятельности</p> <p>П-1 - Решать поставленные задачи, относящиеся к области профессиональной деятельности, используя освоенные за время обучения пакеты прикладных программ для моделирования и математического анализа</p> <p>У-1 - Обоснованно выбрать возможные методы моделирования и математического анализа для предложенных задач профессиональной деятельности</p> <p>У-2 - Выбирать пакеты прикладных программ для использования их в моделировании при решении поставленных задач в области профессиональной деятельности</p>	
<p>УК-1 -Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач, в том числе в цифровой среде</p>	<p>Д-6 - Демонстрировать умения четко мыслить и эффективно принимать решения</p> <p>З-8 - Сделать обзор основных видов логики, законов логики, правил и методов анализа</p> <p>З-9 - Демонстрировать понимание смысла построения логических формализованных систем, своеобразие системного подхода к изучению мышления по сравнению с другими науками</p> <p>П-7 - Иметь опыт разработки вариантов решения поставленных задач, совершая мыслительные процедуры и операции в соответствии с законами логики и правилами мышления</p> <p>У-11 - Анализировать, сопоставлять и систематизировать информацию, выводить умозаключения, опираясь на законы логики, и правильно</p>	<p>Домашняя работа № 1</p> <p>Домашняя работа № 2</p> <p>Домашняя работа № 3</p> <p>Домашняя работа № 4</p> <p>Контрольная работа № 1</p> <p>Контрольная работа № 2</p> <p>Контрольная работа № 3</p> <p>Контрольная работа № 4</p> <p>Лекции</p> <p>Практические/семинарские занятия</p> <p>Экзамен</p>

	формулировать суждения для решения поставленных задач	
--	---	--

3. ПРОЦЕДУРЫ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ В РАМКАХ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ В БАЛЬНО-РЕЙТИНГОВОЙ СИСТЕМЕ (ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА БРС)

3.1. Процедуры текущей и промежуточной аттестации по дисциплине

1. Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий – 0.6		
Текущая аттестация на лекциях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>контрольная работа</i>	1,8	50
<i>контрольная работа</i>	1,10	50
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – 0.4		
Промежуточная аттестация по лекциям – экзамен		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – 0.6		
2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий – 0.4		
Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>домашняя работа</i>	1,12	50
<i>домашняя работа</i>	1,16	50
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям– 1		
Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям– нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по практическим/семинарским занятиям– не предусмотрено		
3. Лабораторные занятия: коэффициент значимости совокупных результатов лабораторных занятий –не предусмотрено		
Текущая аттестация на лабораторных занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лабораторным занятиям -не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по лабораторным занятиям – нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено		
4. Онлайн-занятия: коэффициент значимости совокупных результатов онлайн-занятий –не предусмотрено		

Текущая аттестация на онлайн-занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по онлайн-занятиям -не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по онлайн-занятиям –нет Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по онлайн-занятиям – не предусмотрено		

3.2. Процедуры текущей и промежуточной аттестации курсовой работы/проекта

Текущая аттестация выполнения курсовой работы/проекта	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент текущей аттестации выполнения курсовой работы/проекта– не предусмотрено		
Весовой коэффициент промежуточной аттестации выполнения курсовой работы/проекта– защиты – не предусмотрено		

3.1. Процедуры текущей и промежуточной аттестации по дисциплине

2. Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий – 0.80		
Текущая аттестация на лекциях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>контрольная работа</i>	2,8	50
<i>контрольная работа</i>	2,12	50
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – 0.40		
Промежуточная аттестация по лекциям – экзамен Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – 0.60		
2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий – 0.20		
Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>домашняя работа</i>	2,10	50
<i>домашняя работа</i>	2,16	50
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям– 1.00		
Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям– нет Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по практическим/семинарским занятиям– 0.00		
3. Лабораторные занятия: коэффициент значимости совокупных результатов лабораторных занятий –не предусмотрено		
Текущая аттестация на лабораторных занятиях	Сроки – семестр,	Максимальная оценка в баллах

	учебная неделя	
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лабораторным занятиям -не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по лабораторным занятиям –нет Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено		
4. Онлайн-занятия: коэффициент значимости совокупных результатов онлайн-занятий –не предусмотрено		
Текущая аттестация на онлайн-занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по онлайн-занятиям -не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по онлайн-занятиям –нет Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по онлайн-занятиям – не предусмотрено		

3.2. Процедуры текущей и промежуточной аттестации курсовой работы/проекта

Текущая аттестация выполнения курсовой работы/проекта	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент текущей аттестации выполнения курсовой работы/проекта– не предусмотрено		
Весовой коэффициент промежуточной аттестации выполнения курсовой работы/проекта– защиты – не предусмотрено		

4. КРИТЕРИИ И УРОВНИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

4.1. В рамках БРС применяются утвержденные на кафедре/институте критерии (признаки) оценивания достижений студентов по дисциплине модуля (табл. 4) в рамках контрольно-оценочных мероприятий на соответствие указанным в табл.1 результатам обучения (индикаторам).

Таблица 4

Критерии оценивания учебных достижений обучающихся

Результаты обучения	Критерии оценивания учебных достижений, обучающихся на соответствие результатам обучения/индикаторам
Знания	Студент демонстрирует знания и понимание в области изучения на уровне указанных индикаторов и необходимые для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Умения	Студент может применять свои знания и понимание в контекстах, представленных в оценочных заданиях, демонстрирует освоение умений на уровне указанных индикаторов и необходимых для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.

Опыт /владение	Студент демонстрирует опыт в области изучения на уровне указанных индикаторов.
Другие результаты	Студент демонстрирует ответственность в освоении результатов обучения на уровне запланированных индикаторов. Студент способен выносить суждения, делать оценки и формулировать выводы в области изучения. Студент может сообщать преподавателю и коллегам своего уровня собственное понимание и умения в области изучения.

4.2 Для оценивания уровня выполнения критериев (уровня достижений обучающихся при проведении контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля) используется универсальная шкала (табл. 5).

Таблица 5

Шкала оценивания достижения результатов обучения (индикаторов) по уровням

Характеристика уровней достижения результатов обучения (индикаторов)				
№ п/п	Содержание уровня выполнения критерия оценивания результатов обучения (выполненное оценочное задание)	Шкала оценивания		
		Традиционная характеристика уровня		Качественная характеристика уровня
1.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты в полном объеме, замечаний нет	Отлично (80-100 баллов)	Зачтено	Высокий (В)
2.	Результаты обучения (индикаторы) в целом достигнуты, имеются замечания, которые не требуют обязательного устранения	Хорошо (60-79 баллов)		Средний (С)
3.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты не в полной мере, есть замечания	Удовлетворительно (40-59 баллов)		Пороговый (П)
4.	Освоение результатов обучения не соответствует индикаторам, имеются существенные ошибки и замечания, требуется доработка	Неудовлетворительно (менее 40 баллов)	Не зачтено	Недостаточный (Н)
5.	Результат обучения не достигнут, задание не выполнено	Недостаточно свидетельств для оценивания		Нет результата

5. СОДЕРЖАНИЕ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ МЕРОПРИЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

5.1. Описание аудиторных контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля

5.1.1. Лекции

Самостоятельное изучение теоретического материала по темам/разделам лекций в соответствии с содержанием дисциплины (п. 1.2. РПД)

5.1.2. Практические/семинарские занятия

Примерный перечень тем

1. Высказывания и операции над ними, предикаты, область истинности предиката, кванторы существования и всеобщности. Некоторые формулы математической логики. Структура теоремы. Операции над множествами. Сравнение множеств. Мощность множества. Счетные множества, множества мощности континуум. Понятие функции, области определения, множества значений, графика функции. Простейшие приемы построения графиков. Множество действительных чисел (аксиоматика). Числовые множества, понятие ограниченности и точных границ множества. Окрестность и проколота окрестность конечной точки, окрестность бесконечно удаленной точки. Понятия внутренней, предельной, граничной, изолированной точки множества, замкнутого множества, открытого множества. Принцип вложенных стягивающихся отрезков. Понятие последовательности. Ограниченность, монотонность, сходимости последовательности, связи между этими понятиями. Подпоследовательность. Связь между сходимостью последовательности и ее подпоследовательностей. Теорема Больцано-Вейерштрасса (принцип компактности).

2. Определения предела функции в точке по Коши и по Гейне, их эквивалентность. Свойства предельного перехода. Односторонние пределы, критерий существования предела функции в точке в терминах односторонних пределов. Бесконечно большие и бесконечно малые в точке функции, их свойства. Сравнение бесконечно малых. Понятие непрерывности функции в точке. Локальные свойства непрерывных функций. Точки разрыва и их классификация. Техника вычисления пределов. Неопределенности и приемы их разрешения. Замечательные пределы и их следствия. Свойства функции непрерывной на отрезке: Теоремы Вейерштрасса, Больцано-Коши и их следствия.

3. Дифференцируемость функции в точке, дифференциал, производная, односторонние производные, связи между этими понятиями, их геометрический смысл. Техника дифференцирования: правила дифференцирования, «табличные» производные, логарифмическое дифференцирование. Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Коши, Лагранжа, Ролля. Правило Лопиталя. Формула Тейлора. Запись остаточного члена формулы Тейлора в форме Пеано и в форме Лагранжа. Приложения формулы Тейлора. Асимптоты графика функции и их отыскание. Достаточное условие монотонности функции на промежутке. Локальный экстремум функции. Необходимое условие локального экстремума. Достаточные условия локального экстремума. Выпуклость функции на промежутке, точки перегиба. Достаточное условие выпуклости, необходимое условие перегиба, достаточное условие перегиба. Исследование функции и построение графика, построение кривых, заданных параметрически и уравнениями в полярных координатах.

4. Понятия первообразной и неопределенного интеграла, их свойства. Техника интегрирования: «табличные» интегралы и приемы сведения интегралов к табличным, интегрирование «по частям», замена переменной в неопределенном интеграле. Классы интегрируемых функций. Определенный интеграл Римана: определение и основные свойства. Условия существования. Связь между определенным и неопределенным интегралами, формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование «по частям» и замена

переменной в определенном интеграле. Геометрические и физические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы.

5. Пространство \mathbb{R}^n . Предел последовательности в \mathbb{R}^n . Предел и непрерывность ФНП в точке. Локальные свойства функции имеющей конечный предел в точке, локальные свойства непрерывных функций. Свойства функций, непрерывных на компактах.

6. Понятия дифференцируемости, дифференциала, частных производных ФНП, связи между ними, геометрический смысл. Дифференцирование и производная сложной функции (цепное правило). Производная по направлению и градиент. Инвариантность формы первого дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для ФНП. Экстремумы ФНП. Необходимое условие локального экстремума. Достаточное условие локального экстремума. Дифференцируемость отображения из \mathbb{R}^n в \mathbb{R}^m . Матрица Якоби и якобиан отображения. Неявные функции и отображения. Дифференцируемость и производные неявных функций. Условный экстремум и метод Лагранжа отыскания условного экстремума.

7. Общее понятие интеграла по фигуре и различные типы интеграла по фигуре: Двойные и тройные интегралы, криволинейный интеграл первого рода, поверхностный интеграл первого рода. Связи между различными типами интеграла по фигуре, методы вычисления. Геометрические и физические приложения интегралов по фигуре.

8. Понятие скалярного и векторного поля. Линии и поверхности уровня, векторные линии. Интегральные характеристики векторного поля: поток и работа (линейный интеграл, циркуляция). Интегральные теоремы векторного анализа: формула Остроградского-Гаусса, формула Грина, формула Стокса Дифференциальные операторы теории поля: градиент, дивергенция, ротор, их физический смысл. Оператор Гамильтона. Классификация векторных полей: потенциальные, соленоидальные, гармонические поля и их свойства.

9. \mathbb{C} как линейное нормированное (метрическое) пространство. Предел последовательности в \mathbb{C} . Функции комплексного переменного, определение предела ФКП в точке, свойства пределов. Определение непрерывности ФКП в точке. Локальные и глобальные свойства непрерывных функций.

10. Ряды в \mathbb{R} и в \mathbb{C} : Частичные суммы, сходимость, сумма числового ряда. Необходимое условие сходимости. Свойства сходящихся числовых рядов. Остаток числового ряда, его свойства. Знакопостоянные и знакопеременные ряды в \mathbb{R} . Критерий сходимости ряда с неотрицательными членами.

Примерные задания

8. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ. ПРОИЗВОДНЫЕ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЫ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ.

Пример 1: Найти $y^{(n)}$, если а) $y = \ln x$, б) $y = 2^x$.

Решение. а) Для функции $y = \ln x$ имеем:

$$y' = \frac{1}{x}, \quad y'' = -1 \cdot x^{-2}, \quad y''' = -1 \cdot (-2)x^{-3}, \quad y^{(4)} = (-1)(-2)(-3)x^{-4}, \dots$$

$$y^{(n)} = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1)(-1)^{n-1} x^{-n} = (-1)^{n-1} \frac{(n-1)!}{x^n}.$$

б) Для функции $y = 2^x$ имеем:

$$y' = 2^x \cdot \ln 2, \quad y'' = 2^x \ln^2 2, \quad y''' = 2^x \ln^3 2, \dots, \quad y^{(n)} = 2^x \ln^n 2.$$

8.1. Логарифмическое дифференцирование

В ряде случаев для нахождения производной функции $y = f(x)$ удобно равенство $y = f(x)$ сначала прологарифмировать, а затем продифференцировать. Такой прием называют логарифмическим дифференцированием. Его полезно применять для дифференцирования произведения многих сомножителей, или для дифференцирования частного, числитель и знаменатель которого содержат несколько множителей, или для дифференцирования степенно-показательных функций $u(x)^{v(x)}$.

Пример 2. Найти производную $y = (\sin x)^{\sin x}$.

Решение. Здесь основание и показатель степени зависят от x . Логарифмируя, получим $\ln y = \sin x \cdot \ln(\sin x)$. Продифференцируем обе части последнего равенства по x :

$$\frac{1}{y} \cdot y' = \frac{1}{\cos^2 x} \ln \sin x + \sin x \cdot \frac{1}{\sin x} \cdot \cos x.$$

$$\text{Тогда } y' = y \left(\frac{\ln \sin x}{\cos^2 x} + 1 \right) = (\sin x)^{\sin x} \cdot \left(\frac{\ln \sin x}{\cos^2 x} + 1 \right).$$

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2. Описание внеаудиторных контрольно-оценочных мероприятий и средств текущего контроля по дисциплине модуля

Разноуровневое (дифференцированное) обучение.

Базовый

5.2.1. Контрольная работа № 1

Примерный перечень тем

1. Пределы

Примерные задания

Пример 3. Найти производную функции $y = \sqrt{x \sin x \sqrt{1 - e^x}}$.

Решение. Находить y' как производную произведения слишком громоздко. Удобнее применить логарифмическое дифференцирование:

$$\ln y = \ln \sqrt{x \sin x \sqrt{1 - e^x}} = \ln \sqrt{x} + \ln \sqrt{\sin x} + \ln \sqrt{1 - e^x},$$

$$y = \frac{1}{2} \ln x + \frac{1}{2} \ln \sin x + \frac{1}{4} \ln(1 - e^x).$$

Продифференцируем последнее равенство по x :

$$\frac{1}{y} \cdot y' = \frac{1}{2x} + \frac{1}{2} \frac{1}{\sin x} \cdot \cos x + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{(1 - e^x)} \cdot (-e^x).$$

$$\text{Выразим } y': \quad y' = \sqrt{x \sin x \sqrt{1 - e^x}} \cdot \left(\frac{1}{2x} + \frac{\cos x}{2 \sin x} - \frac{e^x}{4(1 - e^x)} \right).$$

8.2. Дифференцирование параметрически заданных функций

Пусть функция задана параметрически уравнениями $x = x(t)$, $y = y(t)$.

Если существуют $y'(t)$ и $x'(t) \neq 0$, тогда существует y'_x , причем

$$y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$$

Пример 4. Найти y'_x и y''_{xx} для функции, заданной параметрическими уравнениями: $x = \ln t$, $y = t^2 - 1$.

$$\text{Решение. } y'_x = \frac{y'_t}{x'_t} = \frac{2t}{\frac{1}{t}} = 2t^2, \quad y''_{xx} = \frac{(2t^2)'_t}{x'_t} = \frac{4t}{\frac{1}{t}} = 4t^2.$$

Вариант 1

А. Вычислить пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{4x+1}{2x+1} \right)^{\frac{3x+1}{x^2}}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin^2(3x)}{x \cdot \operatorname{arctg}(\pi x)} \right)$$

$$3. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+4} - \sqrt{n-4})$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - x}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (1 + \cos 2x)^{\frac{3}{\cos 2x}}$$

В. Исследовать на непрерывность:

$$1. f(x) = \frac{(x+2) \cdot 2^{\frac{1}{x}}}{\sqrt{x^2 + 5x + 6}}, \quad 2. f(x) = \begin{cases} x - 3x^2, & -4 \leq x < 0, \\ \frac{x}{2x+1}, & 0 \leq x < 3, \\ 3x - 2, & 3 \leq x \leq 5. \end{cases}$$

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.2. Контрольная работа № 2

Примерный перечень тем

1. Производные

Примерные задания

Вариант 1

1. Найти производные функций:

$$а) y = \frac{\sqrt{x^3 + 4}}{x^2 - 1} + 3^{\sin x} \cdot \ln(1 - x^4) + \pi^e; \quad б) y = \left(\frac{x}{x+1} \right)^{\ln x}$$

2. Вычислить предел, используя правило Лопиталья: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\operatorname{ctg} x - \frac{1}{x} \right)$.

3. Найти угол между линиями $y = 8 - x^2$, $y = x^2$.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.3. Контрольная работа № 3

Примерный перечень тем

1. Дифференцирование функции нескольких переменных

Примерные задания

Дифференцирование функции нескольких переменных.

ЗАДАЧА 1. Показать, что функция $z = f(x, y)$ или $u = \phi(x, y, z)$ удовлетворяет соответствующему уравнению:

Варианты:

1.
$$z = \frac{y}{(x^2 - y^2)^5};$$

ЗАДАЧА 2. Вычислить все производные первого порядка по независимым аргументам сложной функции.

Варианты:

1.
$$z = y \cdot \operatorname{arctg}(x/y), \quad x = t^2 - 1, \quad y = t^3;$$

ЗАДАЧА 3. Написать формулу Тейлора для функции $f(x, y)$ в окрестности точки M_0 при $n = 2$.

Варианты:

1.
$$f(x, y) = 2xy^2 + 3x^2y - 5xy + 8, \quad M_0(1; 1);$$

ЗАДАЧА 4. Исследовать функцию $f(x, y)$ на локальный экстремум.

Варианты:

1.
$$f(x, y) = 2x^3 - x^2 + xy^2 - 4x + 3;$$

ЗАДАЧА 5. Найти *abs extr* $f(x, y)$ в замкнутой области D , заданной системой неравенств.

Варианты:

1.
$$z = x^2 + y^2 - 9xy + 27; \quad D: 0 \leq x \leq 3; \quad 0 \leq y \leq 3;$$

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.4. Контрольная работа № 4

Примерный перечень тем

1. Интегралы

Примерные задания

ВАРИАНТ 1

Выбрав метод интегрирования, вычислить интегралы:

- | | |
|---|---|
| 1) $\int \frac{dx}{1+4\cos x}$ | 2) $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt{\cos 2x}}$ |
| 3) $\int e^{3x} \sin(2x - \pi/4) dx$ | 4) $\int x \sin^2 x dx$ |
| 5) $\int \frac{(x^4+1)}{x^5+x^4-x^3-x^2} dx$ | 6) $\int \frac{\ln x dx}{x\sqrt{1-4\ln x - \ln^2 x}}$ |
| 7) $\int \frac{3x-1}{\sqrt{x^2-3x+1}} dx$ | 8) $\int \frac{e^{2x} dx}{\sqrt[4]{1+e^x}}$ |
| 9) $\int \frac{2+\sqrt[3]{x}}{\sqrt[5]{x}+\sqrt[3]{x}+\sqrt{x+1}} dx$ | 10) $\int \frac{dx}{\operatorname{sh} x}$ |

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.5. Домашняя работа № 1

Примерный перечень тем

1. Определенный интеграл

Примерные задания

Вариант 1

1. Вычислить интегралы:

а) $\int_0^1 \ln(x+1) dx$; б) $\int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}$; в) $\int_0^{\sqrt{a}} x^2 \cdot \sqrt{a-x^2} dx$.

2. Найти среднее значение функции $f(x) = x^2$ на отрезке $[0, 1]$.

3. Оценить интеграл $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{10+3\cos x}$.

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $x = -2y^2$, $x = 1 - 3y^2$.

5. Вычислить площадь фигуры, лежащей вне круга $\rho = a$ и ограниченной кривой $\rho = 2a\cos 3\varphi$.

6. Найти объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями

$$(y-1)^2 = x, \quad y = 2, \quad x = 0,$$

а) вокруг оси Oy ,

б) вокруг оси Ox .

7. Вычислить длину одной арки циклоиды $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.6. Домашняя работа № 2

Примерный перечень тем

1. Введение в анализ

Примерные задания

Вариант 1

1. Найти с точностью $\varepsilon = 10^{-2}$ корни квадратного уравнения $1,31ax^2 - 9,72bx + 5,94c = 0$, где a – количество букв в имени студента, b – количество букв в отчестве студента, c – количество букв в фамилии студента.

Сделать проверку и вывод.

2. Построить графики функций, указав область задания, симметричность графика, промежутки монотонности:

а) $y = -3 - \sqrt{(21 - 4x - x^2)}$;

б) $y = -2\cos(2 - 2x) + 2$;

в) $y = \sqrt{(x^2 - 8x + 16)} - 2|x|$;

$$г) y = \begin{cases} x+1, & \text{если } -2 \leq x \leq 0; \\ x^2-x+1, & \text{если } 0 < x \leq 2; \\ x/(x+1), & \text{если } 2 < x < +\infty. \end{cases}$$

3. Доказать сходимость последовательности с общим членом $S_n = \frac{1}{1 \cdot 1} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{n(2n-1)}$.

4. Исследовать на непрерывность в области определения: $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2^{|x|} \cdot (x-1)}, & \text{если } x \neq 1, x \neq 0. \\ 0, & \text{если } x = 1, x = 0. \end{cases}$

5. Вычислить:

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{(x + \sqrt{(x + \sqrt{x})})} \sin 5\pi x}$;

б) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^3 - x^3}{h}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin 5\pi x}{\sin 2\pi x}$;

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - 4/x)^{5x}$;

д) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 5x^2 - 4}{x^4 - 2x^2 + 1}$;

е) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\operatorname{tg} 2x}{x} \right)^{2+x^2}$.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.7. Домашняя работа № 3

Примерный перечень тем

1. Интегрирование фнп

Примерные задания

ДОМАШНЯЯ РАБОТА «ИНТЕГРИРОВАНИЕ ФНП»

Задача 1. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями.

Варианты:

1. $x^2 + y^2 + z^2 - c^2 = 0, x = 0, z = 0, x = \sqrt{3}y, z \geq 0;$
2. $2x + y = z, x - 2y + 5 = 0, 2x + 3y = 18, y = 2, z = 0;$
3. $x^2 + y^2 - z + 2 = 0, x^2 + y^2 + 4z - 13 = 0;$
4. $x^2 + y^2 - z = 0, x = 2, y = 3, x = 0, y = 0, z = 0;$
5. $y = 1 + x^2, z = 3x, y = 5, z = 0;$
6. $x + 2y + z = 4, x = 2y^2, y = 0, z = 0;$
7. $x^2 + y^2 + z^2 = a^2, x^2 + y^2 > |ax|;$
8. $z = \sqrt{x^2 + y^2}, z = x^2 + y^2;$
9. $x^2 + y^2 = a^2, x^2 + z^2 = a^2;$
10. $z = x^2 + y^2, x^2 + y^2 = 8, x - y = 0, \sqrt{3}x - y = 0, z = 0,$
 $x \geq 0, y \geq 0;$

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.8. Домашняя работа № 4

Примерный перечень тем

1. Теория поля

Примерные задания

Вариант №1

1. Найти производную поля $\phi(x) = \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{z} + \frac{z^2}{x} - x^2yz$ в точке $\underline{A}(1,2,1)$ в направлении, образующем равные острые углы с осями координат.
2. Найти угол между градиентом скалярных полей $v(x, y, z) = \frac{x^3}{2} + 6y^3 + 3\sqrt{6}z^3$ и $u(x, y, z) = \frac{x^2}{yz^2}$ в точке $M\left(\sqrt{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.
3. Показать, что поле вектора $\vec{a} = \left(2xyz + z^2 - \frac{z}{x^2}\right)i + (x^2z - 1)j + \left(x^2y + 2xz + \frac{1}{x}\right)k$ потенциально, найти потенциал поля.
4. Найти векторные линии поля градиентов функции $\phi(x, y, z) = y^2 + xz + x - z$.
5. Вычислить работу силы $\vec{F} = (yz - x^2)i + (xz - y^2)j + (xy - z^2)k$ при перемещении по линии $\begin{cases} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1, \\ z = 1 \end{cases}$ из точки $\underline{A}(2,0,1)$ в точку $B(0,4,1)$.
6. Вычислить поток поля $\vec{a} = y^2i + yj + xk$ через плоский треугольник с вершинами в точках $\underline{A}(2,0,0)$, $B(0,-1,0)$, $C(2,0,4)$. Нормальный вектор плоскости образует острый угол с осью Ox .
7. Найти поток поля $\vec{a} = (x + y)i + (y + 2z)j + (x + y + z)k$ через полусферу $z = R - \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}$ в направлении внешней нормали.
8. Проверить формулу Стокса для вектора $\vec{a} = yzi + (xz - x^2 + x)j + xyk$, принимая за поверхность интегрирования боковую поверхность пирамиды, ограниченную плоскостями $x - 3y - 2z = 6$, $x = 0$, $y = 0$ ($z \leq 0$), а за контур интегрирования – линию пересечения её с плоскостью $z = 0$.
9. Доказать, что $\text{div}(\text{rot}\vec{a}) = 0$.
10. Вычислить $\vec{\nabla} \times ((\vec{r}, \vec{a})\vec{b})$, где \vec{a} и \vec{b} постоянные векторы, а \vec{r} – радиус-вектор точки.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.3. Описание контрольно-оценочных мероприятий промежуточного контроля по дисциплине модуля

5.3.1. Экзамен

Список примерных вопросов

1. Высказывания и операции над ними, предикаты, область истинности предиката, кванторы существования и всеобщности. Некоторые формулы математической логики. Структура теоремы. Операции над множествами. Сравнение множеств. Мощность множества. Счетные множества, множества мощности континуум. Понятие функции,

области определения, множества значений, графика функции. Простейшие приемы построения графиков. Множество действительных чисел (аксиоматика). Числовые множества, понятие ограниченности и точных границ множества. Окрестность и проколота окрестность конечной точки, окрестность бесконечно удаленной точки. Понятия внутренней, предельной, граничной, изолированной точки множества, замкнутого множества, открытого множества. Принцип вложенных стягивающихся отрезков. Понятие последовательности. Ограниченность, монотонность, сходимость последовательности, связи между этими понятиями. Подпоследовательность. Связь между сходимостью последовательности и ее подпоследовательностей. Теорема Больцано-Вейерштрасса (принцип компактности).

2. Определения предела функции в точке по Коши и по Гейне, их эквивалентность. Свойства предельного перехода. Односторонние пределы, критерий существования предела функции в точке в терминах односторонних пределов. Бесконечно большие и бесконечно малые в точке функции, их свойства. Сравнение бесконечно малых. Понятие непрерывности функции в точке. Локальные свойства непрерывных функций. Точки разрыва и их классификация. Техника вычисления пределов. Неопределенности и приемы их разрешения. Замечательные пределы и их следствия. Свойства функции непрерывной на отрезке: Теоремы Вейерштрасса, Больцано-Коши и их следствия.

3. Дифференцируемость функции в точке, дифференциал, производная, односторонние производные, связи между этими понятиями, их геометрический смысл. Техника дифференцирования: правила дифференцирования, «табличные» производные, логарифмическое дифференцирование. Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Коши, Лагранжа, Ролля. Правило Лопиталья. Формула Тейлора. Запись остаточного члена формулы Тейлора в форме Пеано и в форме Лагранжа. Приложения формулы Тейлора. Асимптоты графика функции и их отыскание. Достаточное условие монотонности функции на промежутке. Локальный экстремум функции. Необходимое условие локального экстремума. Достаточные условия локального экстремума. Выпуклость функции на промежутке, точки перегиба. Достаточное условие выпуклости, необходимое условие перегиба, достаточное условие перегиба. Исследование функции и построение графика, построение кривых, заданных параметрически и уравнениями в полярных координатах.

4. Понятия первообразной и неопределенного интеграла, их свойства. Техника интегрирования: «табличные» интегралы и приемы сведения интегралов к табличным, интегрирование «по частям», замена переменной в неопределенном интеграле. Классы интегрируемых функций. Определенный интеграл Римана: определение и основные свойства. Условия существования. Связь между определенным и неопределенным интегралами, формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование «по частям» и замена переменной в определенном интеграле. Геометрические и физические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы.

5. Пространство \mathbb{R}^n . Предел последовательности в \mathbb{R}^n . Предел и непрерывность ФНП в точке. Локальные свойства функции имеющей конечный предел в точке, локальные свойства непрерывных функций. Свойства функций, непрерывных на компактах.

6. Понятия дифференцируемости, дифференциала, частных производных ФНП, связи между ними, геометрический смысл. Дифференцирование и производная сложной функции (цепное правило). Производная по направлению и градиент. Инвариантность формы первого дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков.

Формула Тейлора для ФНП. Экстремумы ФНП. Необходимое условие локального экстремума. Достаточное условие локального экстремума. Дифференцируемость отображения из \mathbb{R}^n в \mathbb{R}^m . Матрица Якоби и якобиан отображения. Неявные функции и отображения. Дифференцируемость и производные неявных функций. Условный экстремум и метод Лагранжа отыскания условного экстремума.

7. Общее понятие интеграла по фигуре и различные типы интеграла по фигуре: Двойные и тройные интегралы, криволинейный интеграл первого рода, поверхностный интеграл первого рода. Связи между различными типами интеграла по фигуре, методы вычисления. Геометрические и физические приложения интегралов по фигуре.

8. Понятие скалярного и векторного поля. Линии и поверхности уровня, векторные линии. Интегральные характеристики векторного поля: поток и работа (линейный интеграл, циркуляция). Интегральные теоремы векторного анализа: формула Остроградского-Гаусса, формула Грина, формула Стокса Дифференциальные операторы теории поля: градиент, дивергенция, ротор, их физический смысл. Оператор Гамильтона. Классификация векторных полей: потенциальные, соленоидальные, гармонические поля и их свойства.

9. \mathbb{C} как линейное нормированное (метрическое) пространство. Предел последовательности в \mathbb{C} . Функции комплексного переменного, определение предела ФКП в точке, свойства пределов. Определение непрерывности ФКП в точке. Локальные и глобальные свойства непрерывных функций.

10. Ряды в \mathbb{R} и в \mathbb{C} : Частичные суммы, сходимость, сумма числового ряда. Необходимое условие сходимости. Свойства сходящихся числовых рядов. Остаток числового ряда, его свойства. Знакопостоянные и знакопеременные ряды в \mathbb{R} . Критерий сходимости ряда с неотрицательными членами.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.4 Содержание контрольно-оценочных мероприятий по направлениям воспитательной деятельности

Направление воспитательной деятельности	Вид воспитательной деятельности	Технология воспитательной деятельности	Компетенция	Результаты обучения	Контрольно-оценочные мероприятия
Профессиональное воспитание	учебно-исследовательская, научно-исследовательская	Технология самостоятельной работы Технология анализа образовательных задач	ОПК-2	Д-1	Домашняя работа № 1 Домашняя работа № 2 Домашняя работа № 3 Домашняя работа № 4 Контрольная работа № 1 Контрольная работа № 2 Контрольная работа № 3 Контрольная работа № 4

					Лекции Практические/семинарские занятия Экзамен
--	--	--	--	--	---