

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**
Векторный анализ

Код модуля
1155849

Модуль
Векторный анализ

Екатеринбург

Оценочные материалы составлены автором(ами):

№ п/п	Фамилия, имя, отчество	Ученая степень, ученое звание	Должность	Подразделение
1	Белоусова Вероника Игоревна	к.ф.-м.н.	доцент	ДИТиА
2	Ермакова Галина Михайловна	к.ф.-м.н.	доцент	ДИТиА

Согласовано:

Управление образовательных программ

Т.Г. Комарова

Авторы:

- Белоусова Вероника Игоревна, доцент, ДИТиА

1. СТРУКТУРА И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ Векторный анализ

1.	Объем дисциплины в зачетных единицах	6	
2.	Виды аудиторных занятий	Лекции Практические/семинарские занятия	
3.	Промежуточная аттестация	Экзамен	
4.	Текущая аттестация	Контрольная работа	4
		Домашняя работа	3

2. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ (ИНДИКАТОРЫ) ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ Векторный анализ

Индикатор – это признак / сигнал/ маркер, который показывает, на каком уровне обучающийся должен освоить результаты обучения и их предъявление должно подтвердить факт освоения предметного содержания данной дисциплины, указанного в табл. 1.3 РПМ-РПД.

Таблица 1

Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения (индикаторы)	Контрольно-оценочные средства для оценивания достижения результата обучения по дисциплине
1	2	3
ОПК-2 -Способен формализовывать и решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, используя методы моделирования и математического анализа	Д-1 - Способность к самообразованию, к самостоятельному освоению новых методов математического анализа и моделирования З-1 - Привести примеры использования методов моделирования и математического анализа в решении задач, относящихся к профессиональной деятельности П-1 - Решать поставленные задачи, относящиеся к области профессиональной деятельности, используя освоенные за время обучения пакеты прикладных программ	Домашняя работа № 1 Домашняя работа № 2 Домашняя работа № 3 Контрольная работа № 1 Контрольная работа № 2 Контрольная работа № 3 Контрольная работа № 4 Лекции Практические/семинарские занятия Экзамен

	<p>для моделирования и математического анализа</p> <p>У-1 - Обоснованно выбрать возможные методы моделирования и математического анализа для предложенных задач профессиональной деятельности</p>	
--	---	--

3. ПРОЦЕДУРЫ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ В РАМКАХ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ В БАЛЬНО-РЕЙТИНГОВОЙ СИСТЕМЕ (ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА БРС)

3.1. Процедуры текущей и промежуточной аттестации по дисциплине

1. Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий – 0.8		
Текущая аттестация на лекциях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>контрольная работа</i>	2,4	25
<i>контрольная работа</i>	2,9	25
<i>контрольная работа</i>	2,12	25
<i>контрольная работа</i>	2,15	25
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – 0.4		
Промежуточная аттестация по лекциям – экзамен		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – 0.6		
2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий – 0.2		
Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>домашняя работа</i>	2,2	40
<i>домашняя работа</i>	2,10	30
<i>домашняя работа</i>	2,15	30
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям – 1		
Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям – нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по практическим/семинарским занятиям – не предусмотрено		
3. Лабораторные занятия: коэффициент значимости совокупных результатов лабораторных занятий – не предусмотрено		
Текущая аттестация на лабораторных занятиях	Сроки – семестр,	Максимальная оценка в баллах

	учебная неделя	
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лабораторным занятиям -не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по лабораторным занятиям –нет Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено		
4. Онлайн-занятия: коэффициент значимости совокупных результатов онлайн-занятий –не предусмотрено		
Текущая аттестация на онлайн-занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по онлайн-занятиям -не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по онлайн-занятиям –нет Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по онлайн-занятиям – не предусмотрено		

3.2. Процедуры текущей и промежуточной аттестации курсовой работы/проекта

Текущая аттестация выполнения курсовой работы/проекта	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент текущей аттестации выполнения курсовой работы/проекта– не предусмотрено		
Весовой коэффициент промежуточной аттестации выполнения курсовой работы/проекта– защиты – не предусмотрено		

4. КРИТЕРИИ И УРОВНИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

4.1. В рамках БРС применяются утвержденные на кафедре/институте критерии (признаки) оценивания достижений студентов по дисциплине модуля (табл. 4) в рамках контрольно-оценочных мероприятий на соответствие указанным в табл.1 результатам обучения (индикаторам).

Таблица 4

Критерии оценивания учебных достижений обучающихся

Результаты обучения	Критерии оценивания учебных достижений, обучающихся на соответствие результатам обучения/индикаторам
Знания	Студент демонстрирует знания и понимание в области изучения на уровне указанных индикаторов и необходимые для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Умения	Студент может применять свои знания и понимание в контекстах, представленных в оценочных заданиях, демонстрирует освоение умений на уровне указанных индикаторов и необходимых для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.

Опыт /владение	Студент демонстрирует опыт в области изучения на уровне указанных индикаторов.
Другие результаты	Студент демонстрирует ответственность в освоении результатов обучения на уровне запланированных индикаторов. Студент способен выносить суждения, делать оценки и формулировать выводы в области изучения. Студент может сообщать преподавателю и коллегам своего уровня собственное понимание и умения в области изучения.

4.2 Для оценивания уровня выполнения критериев (уровня достижений обучающихся при проведении контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля) используется универсальная шкала (табл. 5).

Таблица 5

Шкала оценивания достижения результатов обучения (индикаторов) по уровням

Характеристика уровней достижения результатов обучения (индикаторов)				
№ п/п	Содержание уровня выполнения критерия оценивания результатов обучения (выполненное оценочное задание)	Шкала оценивания		
		Традиционная характеристика уровня		Качественная характеристика уровня
1.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты в полном объеме, замечаний нет	Отлично (80-100 баллов)	Зачтено	Высокий (В)
2.	Результаты обучения (индикаторы) в целом достигнуты, имеются замечания, которые не требуют обязательного устранения	Хорошо (60-79 баллов)		Средний (С)
3.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты не в полной мере, есть замечания	Удовлетворительно (40-59 баллов)		Пороговый (П)
4.	Освоение результатов обучения не соответствует индикаторам, имеются существенные ошибки и замечания, требуется доработка	Неудовлетворительно (менее 40 баллов)	Не зачтено	Недостаточный (Н)
5.	Результат обучения не достигнут, задание не выполнено	Недостаточно свидетельств для оценивания		Нет результата

5. СОДЕРЖАНИЕ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ МЕРОПРИЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

5.1. Описание аудиторных контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля

5.1.1. Лекции

Самостоятельное изучение теоретического материала по темам/разделам лекций в соответствии с содержанием дисциплины (п. 1.2. РПД)

5.1.2. Практические/семинарские занятия

Примерный перечень тем

1. Алгебраические структуры. Поле комплексных чисел.
 2. Линейные пространства. Линейная зависимость.
 3. Линейные пространства. Ранг матрицы
 4. Линейные пространства. Евклидовы пространства
 5. Линейный оператор векторного пространства. Матрица линейного оператора.
 6. Линейный оператор векторного пространства. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
 7. Линейный оператор векторного пространства. Оператор простой структуры.
 8. Квадратичные формы
 9. Интегралы по фигуре. Криволинейные интегралы 1-го рода.
 10. Интегралы по фигуре. Двойные интегралы. Тройные интегралы. Поверхностные интегралы 1-го рода
 11. Теория поля. Поток векторного поля.
 12. Теория поля. Дивергенция и ротор.
- LMS-платформа – не предусмотрена

5.2. Описание внеаудиторных контрольно-оценочных мероприятий и средств текущего контроля по дисциплине модуля

Разноуровневое (дифференцированное) обучение.

Базовый

5.2.1. Контрольная работа № 1

Примерный перечень тем

1. Комплексные числа

Примерные задания

Контрольная работа 1.

1. Представить в тригонометрической форме числа:

- 1) $2-2j$; 2) -1 ;
3) $\frac{\pi}{4}$; 4) $-1-j\sqrt{3}$;
5) $-2+5j$.

2. Решить систему:
$$\begin{cases} (2-j)x + (3+2j)y = 3-6j \\ (1-j)x - (2+j)y = -1 \end{cases}$$
.

3. Выполнить указанные действия:

- 1) $\left(\frac{1+j}{4}\right)^7$; 2) $(1+j\sqrt{3})^6$;

3) $f(z) = (z-1)^5 + \frac{1}{z-3}$. Найти $f(1+2j)$.

4. Найти и изобразить на комплексной плоскости все значения следующих корней:

- 1) $\sqrt[12]{1+j}$; 2) $\sqrt[4]{-1}$;
3) $\sqrt[3]{8}$; 4) $\sqrt{8-6j}$.

5. Решить квадратное уравнение: $z^2 + (1-2j)z - 2j = 0$.

Корни уравнения записать во всех известных формах и изобразить геометрически.

6. Построить множества точек, удовлетворяющих указанным соотношениям:

- 1) $|z-3j| \geq 3$; 2) $\operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z = 1$;
3) $|z-2j| = |z+2j|$.

[LMS-платформа – не предусмотрена](#)

5.2.2. Контрольная работа № 2

[Примерный перечень тем](#)

[1. Многочлены](#)

[Примерные задания](#)

«Многочлены»

1. Следующие многочлены разложите на неприводимые множители над \mathbb{C} и \mathbb{R} . Приведите свой пример, когда эти разложения различны.

1) $x^3 - 8$

2. Постройте многочлен наименьшей степени с действительными коэффициентами, имеющий:

1) двукратный корень 1, простые корни 2, 3, $1+i$

3. Пользуясь схемой Горнера, выполните задание.

1. Найти значение многочлена $f = x^6 - 6x^4 - 4x^3 + 9x^2 + 12x + 4$ в точке $\alpha = 3$.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.3. Контрольная работа № 3

Примерный перечень тем

1. Собственные векторы и собственные значения

Примерные задания

Домашнее задание «Собственные значения. Собственные векторы»

Вариант 1.

1. Найти собственные значения и собственные векторы линейных операторов, заданных матрицами в некотором базисе:

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 9 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}.$$

2. Определить операторы простой структуры среди линейных операторов, заданных в некотором базисе матрицами

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 9 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Привести матрицы линейных операторов, если возможно, к диагональному виду и найти соответствующий базис

$$\begin{pmatrix} -3 & 5 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -9 & -8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 8 & -4 & 3 \end{pmatrix}.$$

4. Даны собственные значения и собственные векторы линейного оператора в некотором базисе.

Найти матрицу оператора в этом базисе.

$$2 \quad (1, 0, 1)$$

$$-2 \quad (1, 1, 1)$$

$$4 \quad (1, 1, 0)$$

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.4. Контрольная работа № 4

Примерный перечень тем

1. Линейные операторы в евклидовом и в унитарном пространствах

Примерные задания

Вариант 1.

1. Доказать, что оператор $A: A(x) = \begin{pmatrix} x_2 \\ 2x_3 \\ x_1 \end{pmatrix}$, где $x = (x_1, x_2, x_3)$ является

линейным.

Найти матрицу оператора в базисах (i, j, k) и $(e_1 = i + j, e_2 = k, e_3 = i + 2k)$.

2. Оператор $A: R^2 \rightarrow R^2$ зеркально отражает все геометрические векторы плоскости $ХОУ$ относительно прямой $y = \frac{x}{\sqrt{3}}$, а оператор $A_2: R^2 \rightarrow R^2$ ортогонально проектирует их на прямую $y = -\sqrt{3}x$. Как действуют на произвольный фиксированный вектор x операторы: $4A_2 + 2A; A_2A$?

Задачу решить геометрически и аналитически.

3. Оператор A в некотором базисе задан матрицей $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

Найти образ и ядро оператора.

4. Линейный оператор $A: R^2 \rightarrow R^2$ в базисе (e_1', e_2') имеет матрицу $A = \begin{pmatrix} 11 & -30 \\ 3 & -8 \end{pmatrix}$. Известно, что $e_1' = -e_2, e_2' = e_1 + 3e_2$ и базис (e_1, e_2) -ортонормирован. Найти матрицу сопряженного оператора A' в базисе (e_1', e_2') .

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.5. Домашняя работа № 1

Примерный перечень тем

1. Линейные пространства

Примерные задания

Вариант 1

1. Пользуясь определением, проверить, являются ли данные векторы линейно-зависимыми.
 $a_1 = (1, 2, 0 - 2)$; $a_2 = (-3, 1, 1, 0)$;
 $a_3 = (0, 5, -1, 1)$; $a_4 = (4, 0, -2, 1)$.
2. Из системы векторов выделить максимальную линейно независимую систему векторов и остальные векторы выразить через них.
 $a_1 = (-1, 2, 1)$; $a_2 = (1, 0, -3)$;
 $a_3 = (0, 3, -6)$; $a_4 = (2, -3, 0)$.
3. В базисе (e_1, e_2, e_3) задан вектор $\bar{X} = (x_1, x_2, x_3)$. Найти координаты этого вектора в базисе (e'_1, e'_2, e'_3) .
$$\bar{X} = (6, -1, 3); \begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 + 2e_3; \\ e'_2 = 2e_1 - e_2; \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$
4. Найти матрицу перехода от базиса $e_1 = (3, 0, 1)$, $e_2 = (0, 1, 0)$, $e_3 = (2, 0, 1)$ к базису $e'_1 = (2, 1, 0)$, $e'_2 = (-1, 1, 0)$, $e'_3 = (0, 1, 1)$.
5. Вектор $x = (1, 1, 1)$ задан своими координатами в базисе $e_1 = (-1, 1, 0)$, $e_2 = (3, 1, 0)$, $e_3 = (0, 1, 1)$.
Найти его координаты в базисе $e'_1 = (-1, 0, 1)$, $e'_2 = (0, 1, 0)$, $e'_3 = (-2, 0, 1)$ пространства R^3 .

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.6. Домашняя работа № 2

Примерный перечень тем

1. Квадратичные формы

Примерные задания

Вариант 1.

Привести уравнения 2-го порядка к каноническому виду; определить их тип; выполнить построение.

1. $2x^2 + 5y^2 + 10z^2 + 4xy - 6xz - 12yz = 60$;

2. $7x^2 - y^2 + 6xy - 24\sqrt{10}x - 8\sqrt{10}y + 40 = 0$;

3. $3x^2 + 5y^2 + 3z^2 + 2xy + 6xz + 12yz = 0$.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.7. Домашняя работа № 3

Примерный перечень тем

1. Теория поля

Примерные задания

Вариант №1

1. Найти производную поля $\phi(x) = \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{z} + \frac{z^2}{x} - x^2yz$ в точке $\underline{A}(1,2,1)$ в направлении, образующем равные острые углы с осями координат.
2. Найти угол между градиентом скалярных полей $v(x, y, z) = \frac{x^3}{2} + 6y^3 + 3\sqrt{6}z^3$ и $u(x, y, z) = \frac{x^2}{yz^2}$ в точке $M\left(\sqrt{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.
3. Показать, что поле вектора $\vec{a} = \left(2xyz + z^2 - \frac{z}{x^2}\right)i + (x^2z - 1)j + \left(x^2y + 2xz + \frac{1}{x}\right)k$ потенциально, найти потенциал поля.
4. Найти векторные линии поля градиентов функции $\phi(x, y, z) = y^2 + xz + x - z$.
5. Вычислить работу силы $\vec{F} = (yz - x^2)i + (xz - y^2)j + (xy - z^2)k$ при перемещении по линии $\begin{cases} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1, \\ z = 1 \end{cases}$ из точки $\underline{A}(2,0,1)$ в точку $B(0,4,1)$.
6. Вычислить поток поля $\vec{a} = y^2i + yj + xk$ через плоский треугольник с вершинами в точках $\underline{A}(2,0,0)$, $B(0,-1,0)$, $C(2,0,4)$. Нормальный вектор плоскости образует острый угол с осью Ox .
7. Найти поток поля $\vec{a} = (x + y)i + (y + 2z)j + (x + y + z)k$ через полусферу $z = R - \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}$ в направлении внешней нормали.
8. Проверить формулу Стокса для вектора $\vec{a} = yzi + (xz - x^2 + x)j + xyk$, принимая за поверхность интегрирования боковую поверхность пирамиды, ограниченную плоскостями $x - 3y - 2z = 6$, $x = 0$, $y = 0$ ($z \leq 0$), а за контур интегрирования – линию пересечения её с плоскостью $z = 0$.
9. Доказать, что $\text{div}(\text{rot}\vec{a}) = 0$.
10. Вычислить $\vec{\nabla} \times ((\vec{r}, \vec{a})\vec{b})$, где \vec{a} и \vec{b} постоянные векторы, а \vec{r} – радиус-вектор точки.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.3. Описание контрольно-оценочных мероприятий промежуточного контроля по дисциплине модуля

5.3.1. Экзамен

Список примерных вопросов

1. Оператор простой структуры, приведение матрицы оператора простой структуры к диагональному виду, геометрическая интерпретация действия оператора простой структуры. Понятие инвариантного подпространства, приведение матрицы линейного

оператора к клеточно- диагональному виду, понятие жордановской клетки, жордановой нормальной формы матрицы, построение канонического базиса (в простейшем случае).

2. Основные классы линейных операторов в евклидовых пространствах: сопряженный, ортогональный (унитарный), самосопряженный, нормальный.

3. Сопряженный оператор в C_n и в R_n , его матрица в ОНБ, свойства.

4. Симметричный (самосопряженный) оператор в R_n , свойства собственных значений и собственных векторов, теорема о структуре симметричного оператора, приведение его матрицы к диагональному виду в ОНБ из собственных векторов; ортогональный оператор, необходимые и достаточные условия ортогональности оператора, собственные значения и собственные векторы, матрицы ортогонального оператора в ОНБ; свойства, структура ортогонального оператора в E_1, E_2, E_n .

5. Эрмитов оператор в C_n , его свойства, приведение его матрицы к диагональному виду.

6. Унитарный оператор в C_n , его свойства, приведение его матрицы к диагональному виду. Квадратичные формы: определение квадратичной формы в E_n , матрица квадратичной формы, знакоопределенные, знакопостоянные и знакопеременные квадратичные формы, критерий Сильвестра, приведение квадратичной формы к каноническому виду.

7. Скалярное поле, его характеристики: поверхности уровня, градиент.

8. Векторное поле, его характеристики: векторные линии, дивергенция, ротор.

9. Вычисление работы в векторном поле.

10. Свойства потенциального векторного поля.

11. Циркуляция векторного поля.

12. Формула Грина.

13. Задача о вычислении потока векторного поля через поверхность. Физический смысл.

14. Формулы Стокса и Остроградского.

15. Дивергенция векторного поля, её физический смысл.

16. Соленоидальное векторное поле, его свойства.

17. Векторно - дифференциальные операторы, их применение для проведения операций второго порядка в векторном анализе.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.4 Содержание контрольно-оценочных мероприятий по направлениям воспитательной деятельности

Направление воспитательной деятельности	Вид воспитательной деятельности	Технология воспитательной деятельности	Компетенция	Результаты обучения	Контрольно-оценочные мероприятия
Профессиональное воспитание	целенаправленная работа с информацией для использования в практических целях	Технология анализа образовательных задач	ОПК-2	Д-1	Домашняя работа № 1 Домашняя работа № 2 Домашняя работа № 3 Контрольная работа № 1

					Контрольная работа № 2 Контрольная работа № 3 Контрольная работа № 4 Лекции Практические/семинарские занятия Экзамен
--	--	--	--	--	---