

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**  
Линейная алгебра

**Код модуля**  
1144089(1)

**Модуль**  
Физико-математические основы ядерных  
технологий

**Екатеринбург**

Оценочные материалы составлены автором(ами):

<b>№ п/п</b>	<b>Фамилия, имя, отчество</b>	<b>Ученая степень, ученое звание</b>	<b>Должность</b>	<b>Подразделение</b>
1	Радченко Валерий Иванович	доктор физико-математических наук, без ученого звания	Профессор	физики высокоэнергетических процессов

**Согласовано:**

Управление образовательных программ

Т.Г. Комарова

**Авторы:**

- Радченко Валерий Иванович, Профессор, физики высокоэнергетических процессов

**1. СТРУКТУРА И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ** *Линейная алгебра*

1.	Объем дисциплины в зачетных единицах	5	
2.	Виды аудиторных занятий	Лекции Практические/семинарские занятия	
3.	Промежуточная аттестация	Экзамен	
4.	Текущая аттестация	Коллоквиум	1
		Домашняя работа	4

**2. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ (ИНДИКАТОРЫ) ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ** *Линейная алгебра*

Индикатор – это признак / сигнал/ маркер, который показывает, на каком уровне обучающийся должен освоить результаты обучения и их предъявление должно подтвердить факт освоения предметного содержания данной дисциплины, указанного в табл. 1.3 РПМ-РПД.

Таблица 1

Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения (индикаторы)	Контрольно-оценочные средства для оценивания достижения результата обучения по дисциплине
1	2	3
ОПК-2 -Способен формализовывать и решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, используя методы моделирования и математического анализа	Д-1 - Способность к самообразованию, к самостоятельному освоению новых методов математического анализа и моделирования З-1 - Привести примеры использования методов моделирования и математического анализа в решении задач, относящихся к профессиональной деятельности У-1 - Обоснованно выбрать возможные методы моделирования и математического анализа для предложенных задач	Домашняя работа № 1 Домашняя работа № 2 Домашняя работа № 3 Домашняя работа № 4 Коллоквиум Лекции Практические/семинарские занятия Экзамен

	профессиональной деятельности	
--	-------------------------------	--

### 3. ПРОЦЕДУРЫ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ В РАМКАХ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ В БАЛЬНО-РЕЙТИНГОВОЙ СИСТЕМЕ (ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА БРС)

#### 3.1. Процедуры текущей и промежуточной аттестации по дисциплине

<b>1. Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий – 0.70</b>		
Текущая аттестация на лекциях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>коллоквиум</i>	1,16	100
<b>Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – 0.40</b>		
<b>Промежуточная аттестация по лекциям – экзамен</b>		
<b>Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – 0.60</b>		
<b>2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий – 0.30</b>		
Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>домашняя работа</i>	1,16	25
<i>домашняя работа</i>	1,16	25
<i>домашняя работа</i>	1,16	25
<i>домашняя работа</i>	1,16	25
<b>Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям – 1.00</b>		
<b>Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям – нет</b>		
<b>Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по практическим/семинарским занятиям – 0.00</b>		
<b>3. Лабораторные занятия: коэффициент значимости совокупных результатов лабораторных занятий – не предусмотрено</b>		
Текущая аттестация на лабораторных занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<b>Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено</b>		
<b>Промежуточная аттестация по лабораторным занятиям – нет</b>		
<b>Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено</b>		

<b>4. Онлайн-занятия: коэффициент значимости совокупных результатов онлайн-занятий –не предусмотрено</b>		
Текущая аттестация на онлайн-занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по онлайн-занятиям -не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по онлайн-занятиям –нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по онлайн-занятиям – не предусмотрено		

### 3.2. Процедуры текущей и промежуточной аттестации курсовой работы/проекта

Текущая аттестация выполнения курсовой работы/проекта	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент текущей аттестации выполнения курсовой работы/проекта– не предусмотрено		
Весовой коэффициент промежуточной аттестации выполнения курсовой работы/проекта– защиты – не предусмотрено		

## 4. КРИТЕРИИ И УРОВНИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

4.1. В рамках БРС применяются утвержденные на кафедре/институте критерии (признаки) оценивания достижений студентов по дисциплине модуля (табл. 4) в рамках контрольно-оценочных мероприятий на соответствие указанным в табл.1 результатам обучения (индикаторам).

Таблица 4

### Критерии оценивания учебных достижений обучающихся

Результаты обучения	Критерии оценивания учебных достижений, обучающихся на соответствие результатам обучения/индикаторам
Знания	Студент демонстрирует знания и понимание в области изучения на уровне указанных индикаторов и необходимые для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Умения	Студент может применять свои знания и понимание в контекстах, представленных в оценочных заданиях, демонстрирует освоение умений на уровне указанных индикаторов и необходимых для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Опыт /владение	Студент демонстрирует опыт в области изучения на уровне указанных индикаторов.
Другие результаты	Студент демонстрирует ответственность в освоении результатов обучения на уровне запланированных индикаторов. Студент способен выносить суждения, делать оценки и формулировать выводы в области изучения. Студент может сообщать преподавателю и коллегам своего уровня собственное понимание и умения в области изучения.

4.2 Для оценивания уровня выполнения критериев (уровня достижений обучающихся при проведении контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля) используется универсальная шкала (табл. 5).

Таблица 5

**Шкала оценивания достижения результатов обучения (индикаторов) по уровням**

<b>Характеристика уровней достижения результатов обучения (индикаторов)</b>				
<b>№ п/п</b>	<b>Содержание уровня выполнения критерия оценивания результатов обучения (выполненное оценочное задание)</b>	<b>Шкала оценивания</b>		
		<b>Традиционная характеристика уровня</b>		<b>Качественная характеристика уровня</b>
1.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты в полном объеме, замечаний нет	Отлично (80-100 баллов)	Зачтено	Высокий (В)
2.	Результаты обучения (индикаторы) в целом достигнуты, имеются замечания, которые не требуют обязательного устранения	Хорошо (60-79 баллов)		Средний (С)
3.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты не в полной мере, есть замечания	Удовлетворительно (40-59 баллов)		Пороговый (П)
4.	Освоение результатов обучения не соответствует индикаторам, имеются существенные ошибки и замечания, требуется доработка	Неудовлетворительно (менее 40 баллов)	Не зачтено	Недостаточный (Н)
5.	Результат обучения не достигнут, задание не выполнено	Недостаточно свидетельств для оценивания		Нет результата

**5. СОДЕРЖАНИЕ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ МЕРОПРИЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ**

**5.1. Описание аудиторных контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля**

**5.1.1. Лекции**

Самостоятельное изучение теоретического материала по темам/разделам лекций в соответствии с содержанием дисциплины (п. 1.2. РПД)

**5.1.2. Практические/семинарские занятия**

Примерный перечень тем

1. Множества, операции, отношения
2. Комплексные числа

3. Векторная алгебра
  4. Аналитическая геометрия в 3-х мерном пространстве
  5. Прямая линия и плоскость
  6. Абстрактные векторные пространства
  7. Операторы, матрицы, определители и СЛАУ
  8. Ядро и ранг линейного оператора
  9. Теория многочленов
  10. Собственные векторы
- Примерные задания

**Задание 1.1.** Найти все подмножества множества  $M = \{2, 7, 9\}$ .

**Решение.** Подмножествами данного множества являются: пустое множество  $\emptyset$ ; само множество  $M$ ; одноэлементные множества  $\{2\}, \{7\}, \{9\}$ ; двухэлементные множества  $\{2, 7\}, \{2, 9\}, \{7, 9\}$ .  $\otimes$

**Задание 3.** Выполнить указанные действия:

$$\frac{(3 - 4i)(2 - i)}{2 + i} - \frac{(3 + 4i)(2 + i)}{2 - i}.$$

**Пример 1.3.** В декартовой системе координат заданы векторы

$$\vec{x} = e_1 + 2e_2 + 3e_3, \quad \vec{y} = 4e_1 + 6e_3.$$

Найти норму вектора  $\vec{z} = 2\vec{x} - 5\vec{y}$ .

**Пример 2.1.** Вычислить площадь треугольника, построенного на приведённых к общему началу векторах

$$\vec{x} = 3e_1 - 2e_2 - e_3, \quad \vec{y} = -2e_1 + e_2 - 6e_3.$$

**Пример 3.5.** Выяснить вопрос о линейной зависимости или линейной независимости следующей системы вектор-столбцов:

$$|a_1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, |a_2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, |a_3\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, |a_4\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

**Пример 4.2.** Выяснить, является ли оператор  $A: R^3 \rightarrow R^3$ , действующий по правилу

$$\left( \forall \vec{z} \in R^3 \right) \hat{A} \vec{z} = (z^1 + 2z^2) \vec{e}_1 + (3z^2 - 4z^3) \vec{e}_2 + (z^1 - 2z^2 - 3z^3) \vec{e}_3,$$

линейным. Если оператор линейный, то найти его матрицу.

### Пример 5.3. Найти ранг матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 7 \end{pmatrix}.$$

**Задача 6.2.** Даны многочлены

$$F_4(x) = 6 - 5x + 4x^2 - 3x^3 + 2x^4,$$

$$Q_2(x) = 1 - 3x + x^2.$$

Используя определение, найти  $F_4(x)Q_2(x)$ .

**Пример 7.1.** В каноническом базисе  $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\} \subset R^2$  оператор  $\hat{T}$  задан

матрицей

$$T = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Найти собственные значения и собственные подпространства оператора  $\hat{T}$ .

LMS-платформа – не предусмотрена

#### 5.2. Описание внеаудиторных контрольно-оценочных мероприятий и средств текущего контроля по дисциплине модуля

Разноуровневое (дифференцированное) обучение.

#### Базовый

##### 5.2.1. Коллоквиум

Примерный перечень тем

1. Теория множеств: понятие множества, примеры множеств; отношения между элементами и множествами.
2. Теория множеств: операции над множествами.
3. Теория множеств: высказывания, предикаты и кванторы, логическая символика.



4. Алгебраические системы: множества с двумя алгебраическими операциями, понятие кольца; доказательство следствий из аксиом кольца

5. Трёхмерное евклидово пространство : скалярное произведение векторов в пространстве , доказательство его свойств.

6. Трёхмерное евклидово пространство : определение векторного произведения и его свойства; формула для вычисления векторного произведения.

Примерные задания

В каноническом базисе пространства  $R^3$  линейные операторы заданы высказываниями  $\left( \forall \vec{x} \in R^3 \right)$

$$\hat{A}\vec{x} = x^1 \vec{e}_1 + (x^1 + x^2) \vec{e}_2 + (x^1 + x^2 + x^3) \vec{e}_3,$$

$$\hat{B}\vec{x} = \begin{bmatrix} \vec{a} \\ \vec{x} \end{bmatrix}, \quad \vec{a} = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 - 3\vec{e}_3.$$

Показав предварительно, что операторы линейные, а система векторов

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3,$$

$$\vec{a}_2 = 4\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3,$$

$$\vec{a}_3 = 3\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3,$$

образует новый базис в пространстве  $R^3$ , найти матрицу оператора  $-3\hat{A} + \hat{B}\hat{A}$  в этом базисе.

Докажите, что в аддитивной абелевой группе  $G$

$$(a + b) - c = a + (b - c).$$

Найти ядро  $K(\hat{A})$  и дефект  $d(\hat{A})$  линейного оператора  $\hat{A}: X^4 \rightarrow X^3$ , если этот оператор в некоторых базисах пространств  $X^4$  и  $X^3$

$$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4 \right\} \subset X^4, \left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\} \subset X^3$$

имеет матрицу

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & 3 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Найти полный прообраз  $\vec{x}$  вектора  $\vec{y}$  при действии оператора  $\hat{A}: X^4 \rightarrow X^3$ , если в базисе

$$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4 \right\} \subset X^4$$

имеет место разложение

$$\vec{y} = -3\vec{a}_1 + 2\vec{a}_2 - 4\vec{a}_3 + \vec{a}_4$$

LMS-платформа – не предусмотрена

### 5.2.2. Домашняя работа № 1

Примерный перечень тем

1. Векторная алгебра в пространстве  $R^3$

Примерные задания

**Задание 1. (3 балла)** Даны радиус-векторы трёх последовательных вершин параллелограмма  $ABCD$ . Найти радиус-вектор четвёртой вершины и косинусы углов между диагоналями параллелограмма, если известно, что:

$$\vec{r}_A = e_1 + e_2 + e_3, \quad \vec{r}_B = e_1 + 3e_2 + 5e_3, \quad \vec{r}_C = 7e_1 + 9e_2 + 11e_3.$$

LMS-платформа – не предусмотрена

### 5.2.3. Домашняя работа № 2

Примерный перечень тем

1. Операторы и матрицы

Примерные задания

**Задание 1. (5 баллов)** Выяснить:

- 1) являются ли указанный оператор линейным;
- 2) если оператор является линейным, то найти его матрицу.

$$1) \hat{A}: R^3 \rightarrow R^3, \left( \forall x \in R^3 \right) \hat{A}x = x + a, \text{ где } a \in R^3, a \neq 0 - \text{некоторый}$$

фиксированный вектор.

LMS-платформа – не предусмотрена

### 5.2.4. Домашняя работа № 3

Примерный перечень тем

1. Системы линейных алгебраических уравнений

Примерные задания

**Задание 1. (2 баллов)** Решить СЛАУ по формулам Крамера:

$$1) \begin{cases} x^1 - x^2 + x^3 = 6, \\ x^1 - 2x^2 + x^3 = 9, \\ x^1 - 4x^2 - 2x^3 = 3. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 4x^1 + 2x^2 - x^3 = 1, \\ 5x^1 + 3x^2 - 2x^3 = 2, \\ 3x^1 + 2x^2 - 3x^3 = 0. \end{cases} \quad 3) \begin{cases} 3x^1 + x^2 + 3x^3 = 2, \\ 5x^1 - 2x^2 + 2x^3 = 1, \\ 2x^1 + 2x^2 + 3x^3 = 1. \end{cases}$$

LMS-платформа – не предусмотрена

### 5.2.5. Домашняя работа № 4

Примерный перечень тем

1. Ядро и ранг линейного оператора

Примерные задания

**Задание 6. (3 балла)** Действие оператора  $T : R^3 \rightarrow R^3$  в каноническом базисе  $\left\{ \begin{matrix} \vec{e}_1, & \vec{e}_2, & \vec{e}_3 \end{matrix} \right\}$  пространства  $R^3$  на произвольный вектор  $\vec{x}$  задано высказыванием:

ванием:

$$\hat{T} \vec{x} = (x^1 - x^2 + 2x^3) \vec{e}_1 + (x^2 - 7x^3) \vec{e}_2 + (x^1 + x^2 + 3x^3) \vec{e}_3.$$

1) Выяснить, является ли данный оператор линейным.

2) Если оператор линейный, то найти его матрицу в каноническом базисе

$$\left\{ \begin{matrix} \vec{e}_1, & \vec{e}_2, & \vec{e}_3 \end{matrix} \right\}.$$

LMS-платформа – не предусмотрена

### 5.3. Описание контрольно-оценочных мероприятий промежуточного контроля по дисциплине модуля

#### 5.3.1. Экзамен

Список примерных вопросов

1. Теория множеств: понятие множества, примеры множеств; отношения между элементами и множествами.
2. Теория множеств: высказывания, предикаты и кванторы, логическая символика.
3. Теория множеств: понятие бинарного отношения, граф отношения, отношение эквивалентности.
4. Теория множеств: понятие бинарного отношения, граф отношения, отношение порядка
5. Алгебраические системы: множества с одной алгебраической операцией, понятие группы; доказательство следствий из аксиом группы
6. Алгебраические системы: множества с двумя алгебраическими операциями, понятие кольца; доказательство следствий из аксиом кольца.
7. Алгебраические системы: аксиомы множества комплексных чисел; мнимая единица; определение операций над комплексными числами.
8. Алгебраические системы: тригонометрическая форма комплексных чисел; теорема о свойствах модуля суммы и разности комплексных чисел.
9. Алгебраические системы: действия над комплексными числами в тригонометрической форме.
10. Трёхмерное евклидово пространство : понятие вектора в трёхмерном пространстве, операции над векторами.
11. Трёхмерное евклидово пространство : скалярное произведение векторов в пространстве , доказательство его свойств.
12. Трёхмерное евклидово пространство : доказательство теоремы о связи двух определений скалярного произведения
13. Трёхмерное евклидово пространство : понятие ориентированного объёма и смешанного произведения векторов в пространстве ; формула для вычисления смешанного произведения.
14. Прямая линия и плоскость в  $R^3$  и  $R^2$  : вывод уравнений прямой линии в пространстве .

15. Абстрактные векторные пространства и измерений: определение и аксиомы абстрактного векторного пространства и измерений; понятие линейной независимости системы векторов, базис пространства, доказательство теоремы о разложении произвольного вектора по векторам линейно независимой системы

16. Абстрактные векторные пространства: два типа координат в евклидовом пространстве; ортонормированный базис в евклидовом пространстве, процедура ортогонализации Шмидта.

17. Абстрактные векторные пространства: подпространства векторного пространства, доказательство теоремы о сумме и пересечении подпространств, теорема о связи размерностей подпространств

18. Линейный оператор и его конструкция: основные определения; множество значений, ранг, ядро и дефект линейного оператора.

19. Линейный оператор и его конструкция: конструкция линейного оператора, доказательство основной теоремы о конструкции линейного оператора, матрицы

20. Линейный оператор и его конструкция: действия с линейными операторами и их матрицами, доказательство теорем о сумме матриц, произведении матрицы на число и произведении матриц.

LMS-платформа – не предусмотрена

#### 5.4 Содержание контрольно-оценочных мероприятий по направлениям воспитательной деятельности

Направление воспитательной деятельности	Вид воспитательной деятельности	Технология воспитательной деятельности	Компетенция	Результаты обучения	Контрольно-оценочные мероприятия
Профессиональное воспитание	профориентационная деятельность	Технология создания коллектива	ОПК-2	Д-1	Домашняя работа № 1 Домашняя работа № 2 Домашняя работа № 3 Домашняя работа № 4 Коллоквиум Лекции Практические/семинарские занятия Экзамен