

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**
Математический анализ

Код модуля
1156427(1)

Модуль
Фундаментальная математика

Екатеринбург

Оценочные материалы составлены автором(ами):

№ п/п	Фамилия, имя, отчество	Ученая степень, ученое звание	Должность	Подразделение
1	Акопян Роман Размикович	доктор физико-математических наук, доцент	Профессор	математического анализа
2	Алексеева Ульяна Алексеевна	кандидат физико-математических наук, доцент	Доцент	математического анализа
3	Глазырина Полина Юрьевна	кандидат физико-математических наук, доцент	Заведующий кафедрой	математического анализа

Согласовано:

Управление образовательных программ

Ю.Д. Маева

Авторы:

- Акопян Роман Размирович, Доцент, математического анализа
- Алексеева Ульяна Алексеевна, Доцент, математического анализа
- Глазырина Полина Юрьевна, Заведующий кафедрой, математического анализа

1. СТРУКТУРА И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ Математический анализ

1.	Объем дисциплины в зачетных единицах	18	
2.	Виды аудиторных занятий	Лекции Практические/семинарские занятия	
3.	Промежуточная аттестация	Экзамен	
4.	Текущая аттестация	Контрольная работа	3
		Домашняя работа	3
		Расчетно-графическая работа	3

2. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ (ИНДИКАТОРЫ) ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ Математический анализ

Индикатор – это признак / сигнал/ маркер, который показывает, на каком уровне обучающийся должен освоить результаты обучения и их предъявление должно подтвердить факт освоения предметного содержания данной дисциплины, указанного в табл. 1.3 РПМ-РПД.

Таблица 1

Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения (индикаторы)	Контрольно-оценочные средства для оценивания достижения результата обучения по дисциплине
1	2	3
ОПК-1 -Способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности	Д-2 - Демонстрировать осознанную мировоззренческую позицию З-1 - Демонстрировать понимание основных закономерностей, законов, теорий математики, их взаимосвязь с другими дисциплинами П-1 - Демонстрировать навыки применения простейших математических теорий и моделей для решения задач профессиональной деятельности	Лекции Практические/семинарские занятия Экзамен

	У-1 - Определять пути решения задач профессиональной деятельности, опираясь на знания основных закономерностей, законов, теории математики	
ПК-1 -Способен демонстрировать и применять в научно-исследовательской и прикладной деятельности базовые знания математических и естественных наук, современного математического аппарата, современных языков программирования и информационных технологий (Математика и компьютерные науки)	З-1 - Формулировать основные теоремы и понятия математических и естественных наук У-1 - Решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в области математики и компьютерных наук	Домашняя работа № 2 Домашняя работа № 3 Домашняя работа №1 Контрольная работа № 2 Контрольная работа № 3 Контрольная работа №1 Практические/семинарские занятия Расчетно-графическая работа № 2 Расчетно-графическая работа № 3 Расчетно-графическая работа №1 Экзамен

3. ПРОЦЕДУРЫ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ В РАМКАХ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ В БАЛЬНО-РЕЙТИНГОВОЙ СИСТЕМЕ (ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА БРС)

3.1. Процедуры текущей и промежуточной аттестации по дисциплине

1. Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий – 0.5		
Текущая аттестация на лекциях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>Работа на лекциях и ведение конспектов</i>	1,17	20
<i>Опросы по темам лекций</i>	1,17	80
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – 0.4		
Промежуточная аттестация по лекциям – экзамен		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – 0.6		
2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий – 0.5		
Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах

<i>домашняя работа</i>	1,17	55
<i>контрольная работа</i>	1,17	30
<i>расчетно-графическая работа</i>	1,17	15
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям– 1		
Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям–нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по практическим/семинарским занятиям– не предусмотрено		
3. Лабораторные занятия: коэффициент значимости совокупных результатов лабораторных занятий –не предусмотрено		
Текущая аттестация на лабораторных занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лабораторным занятиям -не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по лабораторным занятиям –нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено		
4. Онлайн-занятия: коэффициент значимости совокупных результатов онлайн-занятий –не предусмотрено		
Текущая аттестация на онлайн-занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по онлайн-занятиям -не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по онлайн-занятиям –нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по онлайн-занятиям – не предусмотрено		

3.2. Процедуры текущей и промежуточной аттестации курсовой работы/проекта

Текущая аттестация выполнения курсовой работы/проекта	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент текущей аттестации выполнения курсовой работы/проекта– не предусмотрено		
Весовой коэффициент промежуточной аттестации выполнения курсовой работы/проекта– защиты – не предусмотрено		

3.1. Процедуры текущей и промежуточной аттестации по дисциплине

2. Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий – 0.5		
Текущая аттестация на лекциях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>Работа на лекциях и ведение конспектов</i>	2,17	20
<i>Опросы по темам лекций</i>	2,17	80

Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – 0.4		
Промежуточная аттестация по лекциям – экзамен		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – 0.6		
2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий – 0.5		
Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>домашняя работа</i>	2,17	55
<i>контрольная работа</i>	2,17	30
<i>расчетно-графическая работа</i>	2,17	15
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям– 1		
Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям–нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по практическим/семинарским занятиям– не предусмотрено		
3. Лабораторные занятия: коэффициент значимости совокупных результатов лабораторных занятий –не предусмотрено		
Текущая аттестация на лабораторных занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лабораторным занятиям -не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по лабораторным занятиям –нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено		
4. Онлайн-занятия: коэффициент значимости совокупных результатов онлайн-занятий –не предусмотрено		
Текущая аттестация на онлайн-занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по онлайн-занятиям -не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по онлайн-занятиям –нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по онлайн-занятиям – не предусмотрено		

3.2. Процедуры текущей и промежуточной аттестации курсовой работы/проекта

Текущая аттестация выполнения курсовой работы/проекта	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент текущей аттестации выполнения курсовой работы/проекта– не предусмотрено		
Весовой коэффициент промежуточной аттестации выполнения курсовой работы/проекта– защиты – не предусмотрено		

3.1. Процедуры текущей и промежуточной аттестации по дисциплине

3. Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий – 0.5		
Текущая аттестация на лекциях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>Работа на лекциях и ведение конспектов</i>	3,17	20
<i>Опросы по темам лекций</i>	3,17	80
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – 0.4		
Промежуточная аттестация по лекциям – экзамен		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – 0.6		
2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий – 0.5		
Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>домашняя работа</i>	3,17	55
<i>контрольная работа</i>	3,17	30
<i>расчетно-графическая работа</i>	3,17	15
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям – 1		
Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям – нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по практическим/семинарским занятиям – не предусмотрено		
3. Лабораторные занятия: коэффициент значимости совокупных результатов лабораторных занятий – не предусмотрено		
Текущая аттестация на лабораторных занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по лабораторным занятиям – нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено		
4. Онлайн-занятия: коэффициент значимости совокупных результатов онлайн-занятий – не предусмотрено		
Текущая аттестация на онлайн-занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по онлайн-занятиям – не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по онлайн-занятиям – нет		

Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по онлайн-занятиям – не предусмотрено

3.2. Процедуры текущей и промежуточной аттестации курсовой работы/проекта

Текущая аттестация выполнения курсовой работы/проекта	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент текущей аттестации выполнения курсовой работы/проекта– не предусмотрено		
Весовой коэффициент промежуточной аттестации выполнения курсовой работы/проекта– защиты – не предусмотрено		

4. КРИТЕРИИ И УРОВНИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

4.1. В рамках БРС применяются утвержденные на кафедре/институте критерии (признаки) оценивания достижений студентов по дисциплине модуля (табл. 4) в рамках контрольно-оценочных мероприятий на соответствие указанным в табл.1 результатам обучения (индикаторам).

Таблица 4

Критерии оценивания учебных достижений обучающихся

Результаты обучения	Критерии оценивания учебных достижений, обучающихся на соответствие результатам обучения/индикаторам
Знания	Студент демонстрирует знания и понимание в области изучения на уровне указанных индикаторов и необходимые для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Умения	Студент может применять свои знания и понимание в контекстах, представленных в оценочных заданиях, демонстрирует освоение умений на уровне указанных индикаторов и необходимых для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Опыт /владение	Студент демонстрирует опыт в области изучения на уровне указанных индикаторов.
Другие результаты	Студент демонстрирует ответственность в освоении результатов обучения на уровне запланированных индикаторов. Студент способен выносить суждения, делать оценки и формулировать выводы в области изучения. Студент может сообщать преподавателю и коллегам своего уровня собственное понимание и умения в области изучения.

4.2 Для оценивания уровня выполнения критериев (уровня достижений обучающихся при проведении контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля) используется универсальная шкала (табл. 5).

Таблица 5

Шкала оценивания достижения результатов обучения (индикаторов) по уровням

Характеристика уровней достижения результатов обучения (индикаторов)				
№ п/п	Содержание уровня выполнения критерия оценивания результатов обучения (выполненное оценочное задание)	Шкала оценивания		
		Традиционная характеристика уровня		Качественная характеристика уровня
1.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты в полном объеме, замечаний нет	Отлично (80-100 баллов)	Зачтено	Высокий (В)
2.	Результаты обучения (индикаторы) в целом достигнуты, имеются замечания, которые не требуют обязательного устранения	Хорошо (60-79 баллов)		Средний (С)
3.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты не в полной мере, есть замечания	Удовлетворительно (40-59 баллов)		Пороговый (П)
4.	Освоение результатов обучения не соответствует индикаторам, имеются существенные ошибки и замечания, требуется доработка	Неудовлетворительно (менее 40 баллов)	Не зачтено	Недостаточный (Н)
5.	Результат обучения не достигнут, задание не выполнено	Недостаточно свидетельств для оценивания		Нет результата

5. СОДЕРЖАНИЕ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ МЕРОПРИЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

5.1. Описание аудиторных контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля

5.1.1. Лекции

Самостоятельное изучение теоретического материала по темам/разделам лекций в соответствии с содержанием дисциплины (п. 1.2. РПД)

5.1.2. Практические/семинарские занятия

Примерный перечень тем

1. Элементы математической логики и теории множеств. Декартово произведение.

Функция.

2. Вещественные числа

3. Последовательность вещественных чисел

4. Предел вещественной функции одного вещественного переменного

5. Непрерывность функции в точке и на множестве

6. Дифференцируемость вещественной функции одного вещественного переменного.

Теоремы о дифференцируемых функциях. Формула Тейлора.

7. Применение дифференциального исчисления к исследованию функций

8. Первообразная, неопределенный интеграл

9. Определенный интеграл Римана по отрезку, 1

10. Определённый интеграл Римана по отрезку, 2
11. Метрическое, линейное нормированное пространство
12. Конечномерное пространство R^n
13. Предел и непрерывность функций многих переменных
14. Дифференцируемость функций нескольких переменных
15. Неявные функции
16. Экстремумы функции нескольких переменных
17. Числовые ряды
18. Функциональные последовательности и ряды. Степенные ряды.
19. Несобственные интегралы. Интегралы, зависящие от параметра.
20. Ряды Фурье.
21. Криволинейные интегралы.
22. Кратные интегралы.
23. Поверхностные интегралы.
24. Элементы теории поля.

Примерные задания

Операции над множествами. Декартово произведение множеств; отображения (функции). Композиция отображений (сложная функция); обратное отображение. Мощность множества; счетное множество, множество мощности континуума. Элементы математической логики: логические операции, предикаты, кванторы. Метод математической индукции.

Бесконечная десятичная дробь, арифметические операции и отношение порядка во множестве вещественных чисел и их свойства. Аксиоматика множества действительных чисел. Принцип Архимеда. Принципы полноты множества вещественных чисел: принцип вложенных отрезков, существование верхней и нижней граней числового множества. Числовая прямая.

Последовательности вещественных чисел. Предел последовательности: определение, основные свойства. Критерий Коши существования предела последовательности. Подпоследовательности. Теорема Больцано–Вейерштрасса о выделении сходящейся подпоследовательности. Частичные пределы последовательности. Верхний и нижний пределы последовательности. Предел монотонной последовательности. Число e .

Элементы топологии прямой: предельная, внутренняя, изолированная, граничная точки множества; открытые и замкнутые множества; лемма Бореля о покрытиях; компактные множества. Два эквивалентных определения предела функции в точке, свойства функций, имеющих предел. Односторонние пределы функции. Предел монотонной функции. Критерий Коши существования конечного предела функции. Некоторые конкретные (замечательные) пределы. Сравнение поведения функций; символы " o ", " O ", эквивалентность; основные эквивалентности.

Два определения непрерывности функции в точке; локальные свойства непрерывных функций. Непрерывность сложной функции. Точки разрыва; классификация точек разрыва; характер разрывов монотонной функции. Теорема о промежуточных значениях функций, непрерывных на отрезке (промежутке). Ограниченность, существование наибольшего и наименьшего значений функций, непрерывных на отрезке (компактном множестве). Непрерывность функции, обратной монотонной. Равномерная непрерывность функции на множестве. Теорема Кантора. Основные элементарные функции.

Производная функции в точке, ее геометрический и механический смысл; основные свойства. Таблица производных. Дифференцируемость функции в точке. Дифференциал функции в точке и его геометрический смысл. Непрерывность дифференцируемой функции.

Производная сложной и обратной функций. Теоремы о дифференцируемых функциях: Ферма, Роля, Лагранжа, Коши, Дарбу. Правила Лопиталья раскрытия неопределенностей. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Инвариантность формы первого дифференциала при замене переменного. Формула Тейлора с различными формами остаточного члена: Пеано, Лагранжа, Коши. Формула Тейлора для элементарных функций.

Необходимое и достаточное условие постоянства функции на промежутке. Монотонность; критерий монотонности дифференцируемой функции на промежутке. Строгая монотонность. Экстремумы; необходимое условие локального экстремума; достаточные условия локального экстремума функции в точке в терминах поведения первой производной функции в окрестности точки. Выпуклость функции на промежутке; критерий выпуклости дифференцируемой функции; условие выпуклости дважды дифференцируемой функции; положение касательной относительно графика выпуклой функции. Точка перегиба. Достаточные условия точки локального экстремума и точки перегиба в терминах знака старших производных в точке. Асимптоты. Построение графиков функций. Применение свойства выпуклости для доказательства некоторых классических неравенств.

Первообразная, неопределенный интеграл Свойства неопределенного интеграла. Замена переменной в неопределенном интеграле, интегрирование по частям. Таблица первообразных. Интегрирование рациональных функций, некоторых типов иррациональных (дифференциальный бином), тригонометрических функций.

Определение определённого интеграла. Ограниченность интегрируемой функции. Суммы Дарбу и их свойства; критерии Римана и Дарбу интегрируемости функции. Классы интегрируемых функций: непрерывные, монотонные, ограниченные с конечным числом точек разрыва, с множеством точек разрыва жордановой меры ноль. Свойства интеграла по функции: линейность интеграла, интегрируемость суммы и произведения функций. Аддитивность интеграла по множеству. Оценки интегралов; первая теорема о среднем. Интеграл как функция верхнего предела: непрерывность и дифференцируемость. Существование первообразной непрерывной функции на промежутке. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям. Замена переменной. Вторая теорема о среднем.

Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме Коши. Геометрические приложения интеграла. Кривая; спрямляемость; спрямляемость и длина гладкой (кусочно-гладкой) кривой. Мера Жордана в R^2 (R^n). Условие квадратуемости множества в терминах его границы. Свойства площади (плоской меры Жордана). Квадратуемость подграфика интегрируемой функции; вычисление площади. Геометрические приложения интеграла. Вычисление длины дуги. Приближённое вычисление интеграла. Механические и физические приложения интеграла. Использование в экономике и информатике.

Метрическое и нормированное пространства. Сходимость последовательности элементов метрического пространства. Топология метрического пространства. Полнота метрического пространства; принцип вложенных шаров. Принцип сжимающего отображения полного метрического пространства.

Пространство R^n . Связь сходимости в R^n с покомпонентной сходимостью. Лемма Больцано–Вейерштрасса. Полнота R^n . Компактные множества. Ограниченность и замкнутость компактного множества. Критерий компактности множества в R^n .

Функции многих переменных. Предел функции в точке. Связь двойного и повторного пределов. Непрерывность функции. Свойства функций, непрерывных на множествах: теорема о промежуточных значениях на связном множестве, об ограниченности и достижении верхней и нижней граней, о равномерной непрерывности на ограниченном, замкнутом множестве.

Дифференцируемость функции нескольких переменных. Частная производная функции нескольких переменных. Необходимое условие дифференцируемости. Достаточное условие дифференцируемости. Дифференцируемость по направлению. Градиент. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Производная сложного отображения. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Условия равенства смешанных производных. Формула Тейлора с остаточным членом Лагранжа. Вектор–функции.

Неявные функции: определение; теоремы о неявных функциях одного и нескольких переменных; дифференцирование неявной функции. Непрерывность, дифференцируемость, матрица производной; якобиан. Неявное отображение, заданное системой; локальное обращение отображения R^n в R^n .

Локальный (безусловный) экстремум. Необходимое условие локального экстремума (теорема Ферма). Достаточное условие локального экстремума. Условный экстремум; метод неопределенных множителей Лагранжа. Неравенства Юнга, Минковского, Гёльдера для сумм.

Числовые ряды: сходимость, простейшие свойства. Критерий Коши и необходимое условие сходимости ряда. Абсолютная и условная сходимость. Признаки Коши, Даламбера, интегральный признак сходимости знакопостоянных рядов. Признаки Абеля и Дирихле сходимости знакопеременных рядов. Ряд Лейбница, его сходимость. Оценка остатка ряда Лейбница. Сочетательное свойство сходящегося ряда. Перестановка членов в абсолютно сходящихся рядах. Теорема Римана. Степенной ряд. Промежуток сходимости.

Функциональные последовательности и ряды. Поточечная и равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов. Равномерная сходимость степенного ряда на отрезке, принадлежащем области сходимости ряда. Свойства равномерно сходящихся рядов; почленный переход к пределу, почленное интегрирование, почленное дифференцирование. Свойства степенных рядов: непрерывность, почленная интегрируемость и дифференцируемость степенного ряда. Ряд Тейлора и условие его сходимости. Ряды Тейлора для основных функций. Применение степенных рядов.

Несобственные интегралы, признаки сходимости. Интегралы, зависящие от параметра. Поточечная и равномерная сходимость. Предельный переход, дифференцирование и интегрирование интеграла по параметру. Интегралы Дирихле и Пуассона. Бета-функция и Гамма-функция Эйлера.

Ряды Фурье по тригонометрической системе. Сходимость ряда Фурье для кусочно-дифференцируемой функции. Равномерная сходимость ряда Фурье. Полнота и замкнутость ортогональной системы. Экстремальное свойство отрезков ряда Фурье. Полнота тригонометрической системы. Алгебраическая и тригонометрическая теоремы Вейерштрасса о равномерном приближении.

Криволинейные интегралы первого и второго рода по кусочно-гладкой кривой. Определение массы кривой; координаты центра тяжести кривой.

Кратные интегралы. Квадрируемость множества. Двойной интеграл. Двойной интеграл по области. Основные свойства интеграла. Связь с повторным. Замена переменных в двойном интеграле. Теорема Грина о связи двойного и криволинейного интегралов. Потенциальное поле. Условие независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования. Тройной интеграл, способы вычисления. Геометрические и механические приложения двойных и тройных интегралов. Кратные интегралы

Поверхностные интегралы. Ориентация поверхности. Площадь поверхности. Поверхностные интегралы первого и второго рода и их связь с двойными.

Элементы теории поля. Работа, циркуляция вектора вдоль кривой. Поток вектора через

сторону поверхности. Дивергенция. Ротор, потенциальное поле. Формулы Гаусса–Остроградского и Стокса.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2. Описание внеаудиторных контрольно-оценочных мероприятий и средств текущего контроля по дисциплине модуля

Разноуровневое (дифференцированное) обучение.

Базовый

5.2.1. Контрольная работа №1

Примерный перечень тем

1. Дифференцируемость функций одного переменного.
2. Первообразная и неопределённый интеграл.

Примерные задания

1. Найти производную функции

а). $f(x) = (x^2)^{\operatorname{arctg} x}$;

б). $f(x) = \left(\frac{4 + \sin x}{2 + \cos x} \right)^x$;

в). $f(x) = \sqrt[x]{\varphi^2(x)} + \sqrt[3]{\psi(x)}$, где ϕ и ψ — дифференцируемые функции.

1. Найти неопределённый интеграл

а). $\int \ln \frac{x+1}{x+2} dx$;

б). $\int \operatorname{arctg} \sqrt{3x-2} dx$;

в). $\int \frac{2x + \cos x}{x^2 - \sin x} dx$;

г). $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2 + 16}}$.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.2. Контрольная работа № 2

Примерный перечень тем

1. Определённый интеграл.
2. Числовые ряды.

Примерные задания

Найти

а). $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2 + k^2}$;

б). $\int_{2\pi}^{10\pi} \frac{dx}{(8 + 2 \cos x)(5 + \cos x)}$;

в). $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \int_a^x \frac{\operatorname{arctg} x}{(1 + \ln x)(2 + \cos x)} dx$, где $a > 1$.

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{3n-5}{n(n^2-1)}$.

2. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt[3]{n^7}}$.

3. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt[3]{n^7}} \sin \frac{1}{n}$.

4. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+2)!}{3n+5} \cdot \frac{1}{2^n}$.

5. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} n^4 \left(\frac{2n}{3n+5}\right)^n$

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.3. Контрольная работа № 3

Примерный перечень тем

1. Криволинейные интегралы.

2. Поверхностные интегралы.

Примерные задания

Найти криволинейный интеграл $\oint_C \frac{y^3 - x^2 y}{(x^2 + y^2)^2} dx + \frac{x^3 - xy^2}{(x^2 + y^2)^2} dy$, где C – простой замкнутый контур, не проходящий через начало координат. Рассмотреть два случая: 1) начало координат находится вне контура; 2) начало координат находится внутри контура.

1. Найти криволинейный интеграл, проверив, что подынтегральная функция является полным дифференциалом:

$$\int_{(1,2,3)}^{(3,3,3)} \ln(x^2 + y^2 + z^2)(x dx + y dy + z dz).$$

2. Найти работу силы $F = e^{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \cdot (\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} + 1) \cdot (x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k})$ вдоль линии

$l: x = \sin t(t^2 - t); y = t^2; z = e^t(t^2 - t), 0 \leq t \leq 1$. От точки $M(0, 0, 0)$ к точке $N(0, 1, 0)$.

Контрольная 6.

1. Найти поток векторного поля \mathbf{a} через часть плоскости P , расположенную в 1 октанте (нормаль образует острый угол с осью OZ).

$$\mathbf{a} = 7x\mathbf{i} + (5\pi y + 2)\mathbf{j} + 4\pi z\mathbf{k},$$

$$P: x + y/2 + 4z = 1.$$

2. Найти поток векторного поля \mathbf{a} через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя).

$$\mathbf{a} = (e^z + 2x)\mathbf{i} + e^x \mathbf{j} + e^y \mathbf{k},$$

$$S: x + y + z = 1, x = 0, y = 0, z = 0.$$

3. Найти поток вектора $\vec{a} = \sin x \cos y e^z \cdot \vec{i} - \cos x \sin y e^z \cdot \vec{j} + (z + \sin x^2) \cdot \vec{k}$ через боковую поверхность конуса $x^2 + y^2 \leq z^2, 0 \leq z \leq h$ (нормаль внешняя).

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.4. Домашняя работа №1

Примерный перечень тем

1. Преобразование выражений, содержащих функции, неравенства, тригонометрические уравнения. Ограниченные и неограниченные множества, точные границы.

Элементы логики и теории множеств. Метод математической индукции.

2. Определение предела последовательности. Вычисление предела последовательности.

Теоретические задачи: монотонные последовательности, действия с пределами, частичные пределы, критерий Коши

3. Предел функции.

4. Непрерывность функции.

5. Вычисление неопределённых интегралов.

Примерные задания

1. Сформулировать. Числовое множество ограничено сверху(снизу) и не ограничено снизу(сверху).
2. Пусть X, Y — ограниченные числовые множества. Доказать, что $\sup(X - Y) = \sup X - \inf Y$ ($\inf(X - Y) = \inf X - \sup Y$).
3. Пусть X — ограниченное множество, $\sup X \notin X$ ($\inf X \notin X$). Докажите, что X содержит бесконечно много элементов.

1. Сформулировать. Предел последовательности x_n не равен числу a .
2. Доказать, пользуясь определением предела последовательности, что

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10 \cdot n + 1}{5 \cdot n - 3} = 2.$$

3. Сформулировать. Последовательность x_n не является бесконечно большой.
4. Доказать, пользуясь определением предела последовательности, что

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10 \cdot n^2 + 1}{5 \cdot n - 1} = +\infty.$$

5. Вычислить пределы числовых последовательностей:

а). $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n-1} - \sqrt{n^2+1}}{\sqrt[3]{3n^3+3} + \sqrt[4]{n^5+1}};$

б). $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2+4+6+\dots+2n}{1+3+3+\dots+(2n-1)};$

в). $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+3}{2n+1} \right)^{n+1}.$

6. Пользуясь критерием Коши, доказать сходимость последовательности

$$x_n = \frac{\sin 1}{1} + \frac{\sin 2}{4} + \dots + \frac{\sin n}{n^2}.$$

7. Найти частичные пределы последовательности $x_n = \frac{n^2}{2n^2+n-1} \sin \frac{\pi n}{4}.$

8. Вычислить пределы числовых последовательностей:

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \sqrt{5n^2} + \sqrt[4]{9n^8+1}}{(n+\sqrt{n})\sqrt{7-n+n^2}};$

1. Вычислить предел функции

а). $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27+x} - \sqrt[3]{27-x}}{x + 2\sqrt[3]{x^4}}$;

б). $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x \sin x}$;

в). $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\ln \cos 2x}{\ln \cos 4x}$;

г). $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{5x} - 2^x}{x - \sin 9x}$.

1. Доказать с помощью « ε - δ »-рассуждений, что функция $f(x) = \frac{x^2+1}{x}$ непрерывна в точке $x = 1$.

2. Найти пределы $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{2x}}{\sin 3x - \sin 4x} \frac{\ln \cos x}{x^2}$, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^\alpha - ((2x+1)\beta)^\beta}{x-1}$, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x - \cos x \sqrt[3]{1+3x+6x^2}}{\operatorname{tg} x - \sin x}$,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x+2)^{1+1/x} - x^{1+1/(x+2)}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left\{ \ln \left(\frac{\sin}{x} + \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x} \right) + \frac{\ln(1+x)}{x} \right\}.$$

3. Для каждой точки $x \in \mathbb{R}$ исследовать функцию $f(x)$ на существование предела и непрерывность, если $f(x) = x^2, x \in \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1, x \notin \mathbb{R}$.

4. Пусть $f(x) = \operatorname{tg} x, x = \frac{\pi n}{4n+3}$, $f(x) = 1, x \neq \frac{\pi n}{4n+3}, n \in \mathbb{Z}$. Для каждой точки $x \in \mathbb{R}$ исследовать функцию на существование предела и непрерывность.

5. Функция $f(x)$ определена на X , и $x_0 \in X$. Пусть для некоторых $\varepsilon > 0$ можно найти числа $\delta(\varepsilon)$, что $\forall x \in X (|x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(x_0)| < \varepsilon)$. Можно ли утверждать, что $f(x)$ непрерывна в точке x_0 , если:

а) числа $\varepsilon > 0$ образуют множество $\left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{\ln n}, n = 2, 3, \dots \right\}$;

б) числа $\varepsilon > 0$ образуют множество $\left\{ \frac{1}{\ln n}, n = 2, 3, \dots \right\}$.

6. Функцию $f(x)$ исследовать на непрерывность в каждой точке числовой прямой, если

$$f(x) = x \arcsin \left(\frac{1}{x} \right) + \frac{1}{2}, \text{ если } x < 0,$$

Найти неопределенные интегралы.

1. $\int (4 - 3x) e^{-3x} dx$.

2. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}}$.

3. $\int \frac{x^3+1}{x^2-x} dx$.

4. $\int \frac{x^3+6x^2+13x+9}{(x+1)(x+2)^3} dx$.

5. $\int \frac{x^3+4x^2+4x+2}{(x+1)^2(x^2+x+1)} dx$.

6. $\int \frac{\sqrt{1+\sqrt{x}}}{x^4\sqrt{x^3}} dx$.

7. $\int \frac{dx}{\sin^2 x(1-\cos x)}$.

5.2.5. Домашняя работа № 2

Примерный перечень тем

1. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление определённых интегралов Пределы и непрерывность функций нескольких переменных. Производные и дифференциалы высших порядков. Производные и дифференциалы высших порядков. Неявные функции. Числовые ряды (исследование на сходимость).

Примерные задания

1. Найти

а). $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2 + k^2}$;

б). $\int_{2\pi}^{10\pi} \frac{dx}{(8 + 2 \cos x)(5 + \cos x)}$;

в). $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \int_a^x \frac{\operatorname{arctg} x}{(1 + \ln x)(2 + \cos x)} dx$, где $a > 1$.

2. Найти пределы $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{\sin x} \sqrt{\operatorname{arctg} t} dt}{x^2}$, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\int_0^x e^{t^2} dt}{\int_0^x e^{2t^2} dt}$.

3. Найти точные границы функции $F(x)$ на $[a, b]$, где $F(x) = \int_{-\pi/2}^x \frac{\sin t}{t} dt$.

4. Для функции $F(x) = \int_{2x+1}^{x^2+2} \cos \ln |t| dt$ найти область определения, $F(0)$, $F'(0)$.

5. Определить знаки следующих определённых интегралов $\int_0^{2\pi} \frac{\sin x}{x} dx$, $\int_{1/2}^1 x^2 \ln x dx$.

6. Пусть $\int_0^x f(t) dt = xf(\theta x)$. Найти $\theta = \theta(x)$ и $\lim_{x \rightarrow +0} \theta$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \theta$, если $f(t) = e^t$.

1. Функцию

$$f(x,y) = x^\alpha y(x^2+y^2)^{-1} \text{ при } x^2+y^2 \neq 0 \text{ и } f(0,0)=0$$

исследовать на непрерывность в точке $(0,0)$ при $\alpha > 0$.

2. Функцию $z(x,y)$ исследовать на непрерывность и дифференцируемость в точке $(0,0)$, если

а) $z(x,y) = \sqrt[7]{(x-1)^7 + \sin^7 y}$, $x \in \mathbb{R}$, $|y| < \pi/2$;

б) $z = \frac{xy \ln x^2}{\sqrt[3]{x^2 + y^2}}$, $x^2 + y^2 \neq 0$, $z(0,0) = 0$.

1. Исследовать на дифференцируемость функцию

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^5 y^5}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & \text{если } (x,y) \neq (0;0) \\ 0, & \text{если } (x,y) = (0;0) \end{cases}$$

2. Проверить, что функция $u = x\varphi(x+y) + y\psi(x+y)$, где φ и ψ дважды дифференцируемые

функции, удовлетворяет $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$.

3. Найти du и d^2u , где $u = f(x+y+z, xy^2z)$.

1. В точке $M(0, \pi, 1)$ найти частные производные первого и второго порядка неявной функции

$$z = f(x,y), \text{ определяемой уравнением } x^4 y^4 - z^2 \cos y + z = 2.$$

2. Найти $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$ в точке $(0,1,1)$, если $u = \frac{x^2 + z^2}{x+y}$, где z – функция, определяемая уравнением:

$$z \sin z = x \sin x + y \sin y.$$

3. В точке $M(0, \pi, 1)$ найти частные производные первого и второго порядка неявной функции

$$z = f(x,y), \text{ определяемой уравнением } x^4 y^4 - z^2 \cos y + z = 2.$$

4. Пусть $z(x,y)$ есть неявная функция, определяемая уравнением

$$F\left(\frac{x}{y} + xz; \ln(xy) + xz\right) = 0.$$

Найти dz .

1. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt[3]{n^7}}$.
2. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \sin \frac{1}{n}$.
3. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+2)!}{3n+5} \cdot \frac{1}{2^n}$.
4. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} n^4 \left(\frac{2n}{3n+5} \right)^n$.
5. Функцию $F(x) = \frac{1}{x^2+x+1}$ разложить в ряд Тейлора по степеням буквы x .
6. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1) \ln n}$.
7. Найти область сходимости $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+3} \left(\frac{1+x}{1-x} \right)^n$.
8. Найти и схематически изобразить на числовой оси область сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{3n} x^n \sin \frac{2x}{n}$.
9. $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x+n(-1)^n}{x^2+n^2}$. Найти область определения $f(x)$.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.6. Домашняя работа № 3

Примерный перечень тем

1. Степенные ряды. Равномерная сходимость последовательностей и рядов. Собственные и несобственные интегралы, зависящие от параметра. Интегралы Эйлера. Разложение функции в ряд Фурье. График суммы ряда. Криволинейные интегралы. Формула Грина. Замена переменных в кратном интеграле. Поверхностные интегралы и их приложения. Элементы теории поля.

Примерные задания

1. Найти область сходимости и исследовать ряд на равномерную сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n x^2}$.
2. Функцию $S(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{x^2}{n}$ исследовать на непрерывность на множестве сходимости ряда.
3. Последовательность $f_n(x) = \left(x + \frac{1}{n}\right)^n$ исследовать на сходимость и равномерную сходимость.

4. Найти радиус и промежуток сходимости $\sum \frac{(2 \sin(\pi n/4))^n}{(\ln n)^2} x^n$.

5. Найти сумму $f(x) = \frac{x}{1 \cdot 2} + \frac{x^2}{2 \cdot 3} + \dots$

6. Разложить в ряд Маклорена функцию $f(x) = (x - \operatorname{tg} x) \cos x$.

1. Исследовать сходимость и равномерную сходимость интеграла

$$\int_0^{\infty} \sqrt{\alpha} e^{-\alpha x^2} dx$$

2. Найти все значения параметра a , при которых сходится интеграл $\int_1^{+\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2x - 3}}{(x+1)^{3a} \ln^a x} dx$.

3. Исследовать на сходимость и равномерную сходимость интеграл $\int_0^{+\infty} \frac{a \ln(1 + (ax)^{10})}{1 + (ax)^2} dx$ при

а) $a > 0$; б) $0 < a_0 < a < A$.

4. Найти область определения и исследовать на непрерывность интеграл

$$\int_1^{+\infty} \frac{y^5 \sin^5 x \cos x}{\sqrt{x + y^2}} dx, \quad y \in \mathbf{R}.$$

5. Применяя интегрирование или дифференцирование по параметру, вычислить интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{1 - \cos x}{x} e^{-3x} dx. \quad \text{Обосновать возможность применения указанных операций.}$$

1. Функцию $f(x) = \cos x$ разложить в ряд Фурье: а) в интервале $(-\pi, \pi)$ по косинусам кратных дуг; б) в интервале $(0, \pi)$ по синусам кратных дуг; в) по косинусам нечётных дуг. Нарисовать графики функций и сумм рядов Фурье для случаев а), б) и в).

2. Функцию $f(x) = x^2$ разложить в ряд Фурье: а) в интервале $(-\pi, \pi)$ по косинусам кратных дуг; б) в интервале $(0, \pi)$ по синусам кратных дуг; в) в интервале $(0, 2\pi)$. Нарисовать графики функций и сумм рядов Фурье для случаев а), б) и в).

Пользуясь этими разложениями, найти суммы

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}.$$

3. Функцию $f(x) = x$ разложить в ряд Фурье: а) в интервале $(-\pi, \pi)$ по косинусам кратных дуг; б) в интервале $(0, \pi)$ по синусам кратных дуг; в) в интервале $(0, 2\pi)$. Нарисовать графики функций и сумм рядов Фурье для случаев а), б) и в).

1. Найти площадь фигуры, ограниченной петлей кривой $x = t^2 - a^2$, $y = t^3 - a^2t$.

2. Найти длину кривой $x = \cos^3 t$, $y = \sin^3 t$.

3. Найти координаты центра тяжести однородной плоской пластины, ограниченной кривыми:

$$x^2 + y^2 = a^2, \quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad x = 0, \quad y \geq 0, \quad x \geq 0 \quad (b > a > 0).$$

4. Найти площадь, ограниченную следующими кривыми $\sqrt{\frac{x}{2}} + \sqrt{\frac{y}{3}} = 1$; $\sqrt{\frac{x}{2}} + \sqrt{\frac{y}{3}} = 2$; $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$; $6x = y$.

5. В интеграле $\iint_D f(x, y) dx dy$, где D – прямоугольник с вершинами $A = (0, 0)$, $B = (2, 0)$,

$C = (2, 1)$, $E = (0, 1)$, перейти к полярным координатам и расставить пределы различными способами.

1. Найти работу силы \mathbf{F} при перемещении вдоль линии L от точки M к точке N

$$\mathbf{F} = (x^2 - 2y)\mathbf{i} + (y^2 - 2x)\mathbf{j},$$

L : отрезок MN ,

$$M(-4, 0), N(0, 2).$$

2. Найти поток вектора $\mathbf{a} = xi + yj + zk$ через внешнюю сторону границы тела T , ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 + z^2 = 2$, $x^2 + y^2 = z^2 (z > 0)$.

3. Найти площадь части поверхности цилиндра: $x^2 + y^2 = R^2$, $z > 0$, содержащуюся между плоскостями: $z = mx$; $z = nx (m > n)$.

4. Вычислить площадь части поверхности: $y^2 + z^2 = 2ax$, содержащейся между цилиндром: $y^2 = ax$ и плоскостью $x = a$.

5. Показать, что если \mathbf{F} направлена к неподвижной точке O и зависит только от расстояния r до этой точки, т.е. $\mathbf{F} = f(r)\mathbf{r}$, где f – непрерывная функция, то поле этой силы – потенциальное. Найти потенциал этого поля.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.7. Расчетно-графическая работа №1

Примерный перечень тем

1. Исследование функций с помощью производных.

Примерные задания

1. Построить графики функций

а) $y = \frac{4x^3 - 3x}{4x^2 - 1};$

б) $y = \ln(-\sqrt{2} \sin x);$

в) $y = x^{2/3} 2^{-x}.$

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.8. Расчетно-графическая работа № 2

Примерный перечень тем

1. Нахождение \inf и \sup функции в области.

Примерные задания

1. Исследовать на экстремум функцию $f(x, y, z) = z \ln z - z - z \ln xy + xy + x^2 + 2y^2 - 4x - 2y.$

2. Исследовать на экстремум неявно заданную функцию $z(x, y)$

$$x^2 + y^2 + z^2 - xz - yz + 2(x + y + z) - 2 = 0.$$

3. Найти точки условного экстремума функции $u = xy + yz$, если $x^2 + y^2 = 2$,
 $y + z = 2$ ($x > 0, y > 0, z > 0$).

4. Найти $\sup u$, $\inf u$ $u = x^2 + 2y^2 + 3z^2$ в области $x^2 + y^2 + z^2 \leq 100$.

5. Найти экстремумы функции $z = x^3 - xy^2 + 3x^2 + y^2 - 1$.

6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + y^2 - xy - x - y$ в замкнутой области D : $x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 3$.

7. Найти экстремум функции $z = x - 2y$ при условии $x^2 + y^2 = 3$.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.9. Расчетно-графическая работа № 3

Примерный перечень тем

1. Кратные интегралы. Теория поля.

Примерные задания

1. Различными способами расставить пределы интегрирования в интеграле

$$\int_0^1 dx \int_{x+1}^{2x+2} dy \int_0^{x+y+5} f(x, y, z) dz$$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми $y = 3^x$, $y = \frac{9}{4}(3^{-x} + 1) + \frac{8}{3}$, $y = 9$.

3. Определить объём тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 + z^2 = 2$, $x^2 + y^2 = z^2 (z > 0)$.

4. Пластина D задана ограничивающими ее кривыми, μ – поверхностная плотность. Найти массу пластинки

$$D: x = 1, y = 0, y^2 = 4x \quad (y \geq 0);$$

$$\mu = 7x^2 + y.$$

5. Определить момент инерции относительно оси Oz однородного тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 + z^2 = 2$, $x^2 + y^2 = z^2 (z > 0)$.

6. Найти объём тела, заданного ограничивающими его поверхностями.

$$z = \sqrt{9 - x^2 - y^2},$$

$$9z/2 = x^2 + y^2.$$

7. Тело V задано ограничивающими его поверхностями, μ – плотность. Найти массу тела.

$$64(x^2 + y^2) = z^2, \quad x^2 + y^2 = 4,$$

$$y = 0, \quad z = 0 \quad (y \geq 0, z \geq 0),$$

$$\mu = 5(x^2 + y^2)/4.$$

LMS-платформа – не предусмотрена

5.3. Описание контрольно-оценочных мероприятий промежуточного контроля по дисциплине модуля

5.3.1. Экзамен

Список примерных вопросов

1. Множество вещественных чисел. Мощность множества вещественных чисел.

Счётность множества рациональных чисел. Несчётность отрезка. Принципы полноты числовой прямой.

2. Предел последовательности. Теоремы о свойствах пределов последовательностей.

Теорема Больцано-Вейерштрасса о выделении сходящейся подпоследовательности.

Теорема о пределе монотонной последовательности. Число ϵ . Критерий Коши существования предела последовательности.

3. Предел функции в точке. Определения Коши и Гейне. Эквивалентность определений.

Предел суммы, произведения и частного функций, переход к пределу в неравенствах.

Предел монотонной функции. Критерий Коши существования предела функции.

4. Непрерывность функции в точке по Коши и по Гейне. Непрерывность суммы, произведения, частного и сложной функции. Точки разрыва, характер точек разрыва.

Локальные свойства непрерывной функции. Теорема о непрерывности монотонной и

обратной функции на множестве. Теорема о промежуточном значении. Теоремы

Вейерштрасса об ограниченности и точных границах непрерывной на отрезке функции.

Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.

5. Первообразная. Почти первообразная. Теорема о первообразной и почти первообразной. Неопределенный интеграл. Методы вычисления неопределённого интеграла: интегрирования по частям и замены переменной. Интегрирование рациональной функции, дифференциального бинома и тригонометрических выражений.

6. Определенный интеграл. Необходимое условие существования интеграла. Суммы Дарбу и их свойства. Критерии интегрируемости. Интегрируемость монотонной, непрерывной функций. Интегрируемость ограниченной функции с конечным числом точек разрыва. Свойства определенного интеграла. Теорема о среднем. Непрерывность и дифференцируемость интеграла как функции верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница. Теорема о замене переменной в определенном интеграле.

7. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Частные производные. Дифференцируемость суммы, произведения, частного дифференцируемых функций. Необходимые условия дифференцируемости. Достаточные условия дифференцируемости. Дифференцируемость сложной функции. Теорема о равенстве смешанных производных. неявная функция, заданная уравнением, ее дифференцируемость. Локальный (безусловный) экстремум функции. Условный экстремум. Геометрические приложения дифференцируемости.

8. Числовые последовательности и ряды. Необходимое условие сходимости ряда. Критерий Коши. Знакопостоянные ряды. Признаки сходимости. Абсолютная и условная сходимость ряда. Признаки Абеля и Дирихле. Ряд Лейбница. Сочетательное свойство ряда. Перестановочное свойство абсолютно сходящегося ряда. Теорема Римана. Степенной ряд. Теорема Абеля о сходимости степенного ряда. Радиус сходимости ряда. Теорема Коши-Адамара.

9. 49. Функциональные последовательности и ряды. Поточечная и равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов. 50. Критерий Коши равномерной сходимости последовательности и ряда. Признак Вейерштрасса. 51. Равномерная сходимость степенного ряда внутри интервала сходимости. 52. Равномерная сходимость степенного ряда на отрезке, принадлежащем промежутку сходимости ряда. 53. Свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов: перестановка двух предельных переходов, почленный переход к пределу, почленное интегрирование, почленное дифференцирование.

10. 54. Свойства степенных рядов: непрерывность, почленная интегрируемость и дифференцируемость степенного ряда. 55. Ряд Тейлора и условия его сходимости. 56. Ряды Тейлора для основных функций. Применение степенных рядов.

11. 57. Несобственные интегралы, признаки сходимости. Интегралы, зависящие от параметра. Поточечная и равномерная сходимость. 58. Предельный переход под знаком интеграла, дифференцирование и интегрирование интеграла по параметру, перестановка двух несобственных интегралов. 59. Бета-функция и Гамма-функция Эйлера. 60. Ряды Фурье по тригонометрической системе. Сходимость ряда Фурье для кусочно-дифференцируемой функции. Равномерная сходимость ряда Фурье. Полнота и замкнутость ортогональной системы. Экстремальное свойство отрезков ряда Фурье. Полнота тригонометрической системы. Алгебраическая и тригонометрическая теоремы Вейерштрасса о равномерном приближении (на идейном уровне).

12. 61. Криволинейные интегралы первого и второго рода по кусочно-гладкой кривой. Определение массы кривой; координаты центра тяжести кривой. 62. Кратные интегралы. Квадрируемость множества. Двойной интеграл. Двойной интеграл по области. Основные

свойства интеграла. Связь с повторным. 63. Теорема о формуле Грина о связи двойного и криволинейного интегралов. Криволинейные координаты. Площадь в криволинейных координатах. 64. Замена переменных в двойном интеграле. 65. Условие независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования. 67. Тройной интеграл, способы вычисления. Геометрические и механические приложения двойных и тройных интегралов. 68. Поверхностные интегралы. Ориентация поверхности. Поверхностные интегралы первого и второго рода и их связь с двойными.

13. 69. Элементы теории поля. Работа, циркуляция вектора вдоль кривой. Поток вектора через сторону поверхности. Дивергенция. Ротор. Потенциальное поле. Формулы Гаусса–Остроградского и Стокса.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.4 Содержание контрольно-оценочных мероприятий по направлениям воспитательной деятельности

Направление воспитательной деятельности	Вид воспитательной деятельности	Технология воспитательной деятельности	Компетенция	Результаты обучения	Контрольно-оценочные мероприятия
Профессиональное воспитание	учебно-исследовательская, научно-исследовательская	Технология формирования уверенности и готовности к самостоятельной успешной профессиональной деятельности	ПК-1	З-1 У-1	Домашняя работа № 2 Домашняя работа № 3 Домашняя работа №1 Контрольная работа № 2 Контрольная работа № 3 Контрольная работа №1 Лекции Практические/семинарские занятия Расчетно-графическая работа № 2 Расчетно-графическая работа № 3 Расчетно-графическая работа №1 Экзамен