Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина»

УТВЕРЖДАЮ
Директор по образовательной
деятельности

____________________ С.Т. Князев
«___» ___________________

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА МОДУЛЯ**

| Код модуля | Модуль |
|---|---|
| 1156762 | Сходимость кратных тригонометрических рядов |

**Екатеринбург**

| Перечень сведений о рабочей программе модуля | Учетные данные |
|---|---|
| **Образовательная программа**<br>1. Современные проблемы математики | **Код ОП**<br>1. 01.04.01/33.01 |
| **Направление подготовки**<br>1. Математика | **Код направления и уровня подготовки**<br>1. 01.04.01 |

Программа модуля составлена авторами:

| № п/п | Фамилия Имя Отчество | Ученая степень, ученое звание | Должность | Подразделение |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Антонов Николай Юрьевич | доктор физико-математических наук, без ученого звания | Профессор | математического анализа |
| 2 | Дейкалова Марина Валерьевна | кандидат физико-математических наук, доцент | Доцент | математического анализа |

**Согласовано:**

Управление образовательных программ Р.Х. Токарева

1. **ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА МОДУЛЯ Сходимость кратных тригонометрических рядов**

**1.1. Аннотация содержания модуля**

В модуль входит одна дисциплина «Сходимость кратных тригонометрических рядов». В курсе рассматриваются вопросы сходимости тригонометрических рядов Фурье, а также попутно возникающие смежные задачи. Вводится определение тригонометрического ряда и тригонометрического ряда Фурье, доказываются условия сходимости ряда Фурье в точке, условия равномерной сходимости рядов Фурье непрерывных функций в терминах поведения модулей непрерывности и вариации функции. Приводится пример непрерывной функции, ряд Фурье которой расходится в некоторой точке. Вводится понятие тригонометрически сопряженной функции, доказываются существование сопряженной функции для любой интегрируемой периодической функции, неравенство Колмогорова для сопряженной функции, а также теорема М. Рисса о том, что сопряженная функция является оператором типа (p,p) для p>1. На основе этих результатов о сопряженной функции доказывается теорема о сходимости рядов Фурье в пространствах суммируемых с p-й степенью периодических функций при p>1. Приводятся некоторые результаты о сходимости рядов Фурье почти всюду

**1.2. Структура и объем модуля**

Таблица 1

| № п/п | Перечень дисциплин модуля в последовательности их освоения | Объем дисциплин модуля и всего модуля в зачетных единицах |
|---|---|---|
| 1 | Сходимость кратных тригонометрических рядов | 3 |
| | ИТОГО по модулю: | 3 |

**1.3.Последовательность освоения модуля в образовательной программе**

| | |
|---|---|
| **Пререквизиты модуля** | 1. Математический анализ |
| **Постреквизиты и кореквизиты модуля** | Не предусмотрены |

**1.4. Распределение компетенций по дисциплинам модуля, планируемые результаты обучения (индикаторы) по модулю**

Таблица 2

| Перечень дисциплин модуля | Код и наименование компетенции | Планируемые результаты обучения (индикаторы) |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| Сходимость кратных | ОПК-1 - Способен выявлять, | З-1 - Демонстрировать понимание фундаментальных принципов, методов и |

| | | |
|---|---|---|
| тригонометрических рядов | формулировать и решать фундаментальные и прикладные задачи в области своей профессиональной деятельности и в междисциплинарных направлениях с использованием фундаментальных знаний и практических навыков | подходов к решению фундаментальных и прикладных задач в профильной области деятельности и междисциплинарных направлениях<br>У-1 - Выявлять и определять цели и пути решения фундаментальных и прикладных задач в профильной области деятельности, опираясь на фундаментальные законы и принципы, с использованием соответствующих целям подходов и методов<br>П-1 - Предлагать пути решения фундаментальных и прикладных задач в профильной области деятельности и междисциплинарных направлениях, опираясь на фундаментальные законы и принципы с использованием соответствующих целям подходов и методов<br>Д-1 - Демонстрировать аналитические умения и креативное мышление |
| | ПК-1 - Способен применять фундаментальные знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий | З-1 - Изложить актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики<br>У-2 - Решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики в профильной области деятельности и междисциплинарных направлениях<br>П-2 - Иметь практический опыт научно-исследовательской деятельности в математике и информатике<br>Д-1 - Демонстрировать аналитические и системные умения, способность к поиску информации |
| | ПК-3 - Способен проводить научные исследования на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности | У-1 - Решать научные задачи в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой |

**1.5. Форма обучения**

Обучение по дисциплинам модуля может осуществляться в очной формах.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**
**Сходимость кратных тригонометрических рядов**

Рабочая программа дисциплины составлена авторами:

| № п/п | Фамилия Имя Отчество | Ученая степень, ученое звание | Должность | Подразделение |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Антонов Николай Юрьевич | доктор физико-математических наук, без ученого звания | Профессор | математического анализа |

**Рекомендовано учебно-методическим советом института** Естественных наук и математики

Протокол № _6_ от _15.10.2021_ г.

## 1. СОДЕРЖАНИЕ И ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ

**Авторы:**


- **Антонов Николай Юрьевич, Профессор, математического анализа**


### 1.1. Технологии реализации, используемые при изучении дисциплины модуля

- Традиционная (репродуктивная) технология
- Разноуровневое (дифференцированное) обучение
  - Базовый уровень

**Базовый I уровень – сохраняет логику самой науки и позволяет получить упрощенное, но верное и полное представление о предмете дисциплины, требует знание системы понятий, умение решать проблемные ситуации. Освоение данного уровня результатов обучения должно обеспечить формирование запланированных компетенций и позволит обучающемуся на минимальном уровне самостоятельности и ответственности выполнять задания;*
*Продвинутый II уровень – углубляет и обогащает базовый уровень как по содержанию, так и по глубине проработки материала дисциплины. Это происходит за счет включения дополнительной информации. Данный уровень требует умения решать проблемы в рамках курса и смежных курсов посредством самостоятельной постановки цели и выбора программы действий. Освоение данного уровня результатов обучения позволит обучающемуся повысить уровень самостоятельности и ответственности до творческого применения знаний и умений.*

### 1.2. Содержание дисциплины

Таблица 1.1

| **Код раздела, темы** | **Раздел, тема дисциплины*** | **Содержание** |
|---|---|---|
| **1** | Предварительные и вспомогательные сведения о рядах Фурье | Модуль непрерывности функции в пространствах непрерывных и интегрируемых по Лебегу (суммируемых) периодических функций. Оценка коэффициентов Фурье через модули непрерывности в пространствах непрерывных и суммируемых периодических функций. Теорема Римана о поведении коэффициентов Фурье суммируемой функции. Принцип локализации Римана. |
| **2** | Признаки Дини и Жордана сходимости рядов Фурье | Признак Дини сходимости ряда Фурье функции в точке. Следствие для дифференцируемых функций. Функции ограниченной вариации, их свойства. Лемма о поведении ядра Дирихле и его модификаций. Признак Жордана сходимости ряда Фурье. |
| **3** | Ряды Фурье непрерывных функций | Пример непрерывной функции, ряд Фурье которой не является всюду сходящимся. Оценка порядка роста сумм Фурье непрерывной функции. Признаки равномерной сходимости ряда Фурье непрерывной функции: признак сходимости в терминах наилучших приближений тригонометрическими полиномами; признак Дини - Липшица. Суммирование рядов Фурье методом средних арифметических. Теорема Фейера. Неравенство Джексона для пространства непрерывных периодических функций. |

| | | |
|---|---|---|
| **4** | Сопряженный ряд и сопряженная функция | Сопряженный ряд для тригонометрического ряда. Интегральное представление сопряженного тригонометрического полинома. Сопряженная функция. Существование сопряженной функции и неравенство Колмогорова для сопряженной к функции: лемма Дж.Буля; периодический аналог леммы Дж.Буля; лемма о подпокрытии покрытия компакта интервалами; лемма о максимальной сопряженной функции; доказательство теоремы.<br><br>Сопряженная функция для функции, суммируемой с квадратом. Операторы типа (p,p) и слабого типа (p,p). Теорема Марцинкевича об интерполировании операторов. Теорема М.Рисса о функции, сопряженной к функции, суммируемой с p-й степенью, если p больше единицы и меньше двух. Теорема М.Рисса о функции, сопряженной к функции, суммируемой с p-й степенью, при p, больших двух. |
| **5** | Сходимость и расходимость рядов Фурье в пространстве функций, суммируемых с p-й степенью, и почти всюду | Сходимость рядов Фурье в пространстве функций, суммируемых с p-й степенью, если p больше единицы и меньше бесконечности. Пример суммируемой функции, ряд Фурье которой не сходится по норме пространства суммируемых функций. Пример суммируемой функции, ряд Фурье которой расходится почти всюду. Теорема Зигмунда о сходимости почти всюду рядов Фурье. |
| **6** | Сходимость кратных рядов Фурье | Кратные тригонометрические ряды. Кратные тригонометрические ряды Фурье. Различные виды сходимости кратных рядов. Сходимость по кубам и сходимость по Прингсхейму. Вид ядра Дирихле для прямоугольной частичной суммы кратного тригонометрического ряда Фурье. Условия сходимости кратных рядов Фурье. |

1.3. Направление, виды воспитательной деятельности и используемые технологии

Направления воспитательной деятельности сопрягаются со всеми результатами обучения компетенций по образовательной программе, их освоение обеспечивается содержанием всех дисциплин модулей.

1.4. Программа дисциплины реализуется на государственном языке Российской Федерации .

## 2. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

**Сходимость кратных тригонометрических рядов**

**Электронные ресурсы (издания)**

1. Зигмунд, А., А., Бари, Н. К.; Тригонометрические ряды; Мир, Москва; 1965; https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=459825 (Электронное издание)

2. Зигмунд, А., А., Бари, Н. К.; Тригонометрические ряды; Мир, Москва; 1965; https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=459824 (Электронное издание)

3. Харди, Г., Г., Стечкин, С. Б.; Расходящиеся ряды; Иностранная литература, Москва; 1951; https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=459738 (Электронное издание)

**Печатные издания**

1. Бари, Н. К., Ульянов, П. Л.; Тригонометрические ряды; Физматгиз, Москва; 1961 (2 экз.)

2. Бари, Н. К., Ульянов, П. Л.; Тригонометрические ряды; Физматгиз, Москва; 1961 (3 экз.)

3. Зигмунд, А., Бари, Н. К., Ивашева-Мусатова, О. С.; Тригонометрические ряды Т. 1. ; Мир, Москва; 1965 (2 экз.)

4. Зигмунд, А., Ивашев-Мусатов, О. С., Бари, Н. К.; Тригонометрические ряды Т. 2. ; Мир, Москва; 1965 (2 экз.)

5. Харди, Г. Г., Райков, Д. А., Стечкин, С. Б.; Расходящиеся ряды; [КомКнига, Москва; 2006] (3 экз.)

6. Стейн, И., Соломенцев, Е. Д., Стечкин, С. Б., Жаринов, В. В.; Введение в гармонический анализ на евклидовых пространствах; Мир, Москва; 1974 (5 экз.)

7. Кашин, Б. С.; Ортогональные ряды; АФЦ, Москва; 1999 (1 экз.)

8. Кашин, Б. С.; Ортогональные ряды; АФЦ, Москва; 1999 (1 экз.)

**Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы**

1. Kolmogoroff A. Une serie de Fourier – Lebesgue divergente preque partout // Fund. math. 1923. V. 4. P. 324–328.

http://matwbn.icm.edu.pl/ksiazki/fm/fm4/fm4127.pdf

2. Kolmogoroff A. Sur les fonctions harmoniques conjuguées et les séries de Fourier // Fund. math. 1925 V.7. P.24–29.

http://matwbn.icm.edu.pl/ksiazki/fm/fm7/fm713.pdf

3. Kolmogoroff A. Une série de Fourier – Lebesgue divergente partout // C. r. Acad. sci. Paris. 1926. V. 183. P. 1327–1329.

http://matwbn.icm.edu.pl/ksiazki/fm/fm4/fm4127.pdf

4. Riesz M. Sur les fonctions conjuguées // Mathematische Zeitschrift. 1927. V.27. P.218–244.

https://link.springer.com/article/10.1007/BF01171098

5. Антонов Н.Ю. Интегрируемость мажорант сумм Фурье и расходимость рядов Фурье функций с ограничениями на интегральный модуль непрерывности // Матем. заметки. Т. 76, № 5. 2004. С. 651-665.

http://mi.mathnet.ru/mz136

**Материалы для лиц с ОВЗ**

Весь контент ЭБС представлен в виде файлов специального формата для воспроизведения синтезатором речи, а также в тестовом виде, пригодном для прочтения с использованием экранной лупы и настройкой контрастности.

**Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы**

http://www.edu.ru/ – Федеральный портал. Российское образование.

http://study.urfu.ru – портал информационно-образовательных ресурсов УрФУ

http://lib.urfu.ru – зональная научная библиотека ФГАОУ ВО УрФУ

http://www.mathnet.ru/ – общероссийский математический портал

http://biblioclub.ru – портал-библиотека электронных книг

http://www.elibrary.ru/ – научная электронная библиотека

http://www.sciencedirect.com/ – сайт издательства Elsevier

https://link.springer.com/ - сайт издательства Springer

## 3. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

**Сходимость кратных тригонометрических рядов**

**Сведения об оснащенности дисциплины специализированным и лабораторным оборудованием и программным обеспечением**

Таблица 3.1

| № п/п | Виды занятий | Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы | Перечень лицензионного программного обеспечения |
|---|---|---|---|
| 1 | Практические занятия | Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов<br>Рабочее место преподавателя<br>Доска аудиторная<br>Периферийное устройство<br>Подключение к сети Интернет | Office 365 EDUA3 ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr B Faculty EES<br>Google Chrome |
| 2 | Консультации | Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов<br>Рабочее место преподавателя<br>Доска аудиторная<br>Периферийное устройство<br>Подключение к сети Интернет | Office 365 EDUA3 ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr B Faculty EES<br>Google Chrome |
| 3 | Текущий контроль и промежуточная аттестация | Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов<br>Рабочее место преподавателя | Office 365 EDUA3 ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr B Faculty EES<br>Google Chrome |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | Периферийное устройство<br>Подключение к сети Интернет | |
| 4 | Самостоятельная работа студентов | Подключение к сети Интернет | Office 365 EDUA3 ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr B Faculty EES<br>Google Chrome |