

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина»

УТВЕРЖДАЮ  
Директор по образовательной  
деятельности

\_\_\_\_\_ С.Т. Князев  
«\_\_» \_\_\_\_\_

### РАБОЧАЯ ПРОГРАММА МОДУЛЯ

<b>Код модуля</b>	<b>Модуль</b>
1156720	Аксиоматическая теория множеств

Екатеринбург

<b>Перечень сведений о рабочей программе модуля</b>	<b>Учетные данные</b>
<b>Образовательная программа</b> 1. Современные проблемы математики 2. Современные проблемы компьютерных наук	<b>Код ОП</b> 1. 01.04.01/33.01 2. 02.04.01/33.01
<b>Направление подготовки</b> 1. Математика; 2. Математика и компьютерные науки	<b>Код направления и уровня подготовки</b> 1. 01.04.01; 2. 02.04.01

Программа модуля составлена авторами:

<b>№ п/п</b>	<b>Фамилия Имя Отчество</b>	<b>Ученая степень, ученое звание</b>	<b>Должность</b>	<b>Подразделение</b>
1	Дейкалова Марина Валерьевна	кандидат физико-математических наук, доцент	Доцент	математического анализа
2	Патракеев Михаил Александрович	кандидат физико-математических наук, без ученого звания	Доцент	математического анализа

**Согласовано:**

Управление образовательных программ

Р.Х. Токарева

# 1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА МОДУЛЯ Аксиоматическая теория множеств

## 1.1. Аннотация содержания модуля

В модуль входит одна дисциплина «Аксиоматическая теория множеств». Цель модуля – введение в современную аксиоматическую теорию множеств, а также знакомство с элементами комбинаторной теории множеств. На основе системы аксиом ZFC выводятся наиболее фундаментальные математические понятия. Рассматриваются ординальные и кардинальные числа, аксиома выбора и эквивалентные ей методы, метод трансфинитной индукции и рекурсии, дельта-леммы, леммы Фодора и другие важные методы, основанные на использовании теории множеств

## 1.2. Структура и объем модуля

Таблица 1

№ п/п	Перечень дисциплин модуля в последовательности их освоения	Объем дисциплин модуля и всего модуля в зачетных единицах
1	Аксиоматическая теория множеств	3
ИТОГО по модулю:		3

## 1.3. Последовательность освоения модуля в образовательной программе

Пререквизиты модуля	Не предусмотрены
Постреквизиты и кореквизиты модуля	1. Математический анализ

## 1.4. Распределение компетенций по дисциплинам модуля, планируемые результаты обучения (индикаторы) по модулю

Таблица 2

Перечень дисциплин модуля	Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения (индикаторы)
1	2	3
Аксиоматическая теория множеств	ОПК-1 - Способен выявлять, формулировать и решать фундаментальные и прикладные задачи в области своей профессиональной деятельности и в междисциплинарных направлениях с	З-1 - Демонстрировать понимание фундаментальных принципов, методов и подходов к решению фундаментальных и прикладных задач в профильной области деятельности и междисциплинарных направлениях У-1 - Выявлять и определять цели и пути решения фундаментальных и прикладных задач в профильной области деятельности,

	использованием фундаментальных знаний и практических навыков	<p>опираясь на фундаментальные законы и принципы, с использованием соответствующих целям подходов и методов</p> <p>П-1 - Предлагать пути решения фундаментальных и прикладных задач в профильной области деятельности и междисциплинарных направлениях, опираясь на фундаментальные законы и принципы с использованием соответствующих целям подходов и методов</p> <p>Д-2 - Проявлять лидерские качества и умения работать в научном коллективе</p>
	ПК-1 - Способен применять фундаментальные знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий	<p>З-3 - Строго формулировать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики</p> <p>У-1 - Строго доказывать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата</p> <p>П-2 - Иметь практический опыт научно-исследовательской деятельности в математике и информатике</p> <p>Д-1 - Демонстрировать аналитические и системные умения, способность к поиску информации</p>
	ПК-3 - Способен проводить научные исследования на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности	<p>У-1 - Решать научные задачи в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой</p> <p>П-1 - Выбирать адекватный математический аппарат для ведения научно-исследовательской работы</p>

### 1.5. Форма обучения

Обучение по дисциплинам модуля может осуществляться в очной формах.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Аксиоматическая теория множеств**

Рабочая программа дисциплины составлена авторами:

<b>№ п/п</b>	<b>Фамилия Имя Отчество</b>	<b>Ученая степень, ученое звание</b>	<b>Должность</b>	<b>Подразделение</b>
1	Патракеев Михаил Александрович	кандидат физико- математических наук, без ученого звания	Доцент	математического анализа

**Рекомендовано учебно-методическим советом института Естественных наук и математики**

Протокол № 6 от 15.10.2021 г.

# 1. СОДЕРЖАНИЕ И ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ

Авторы:

- Патракеев Михаил Александрович, Доцент, математического анализа

## 1.1. Технологии реализации, используемые при изучении дисциплины модуля

- Традиционная (репродуктивная) технология
- Разноуровневое (дифференцированное) обучение
  - Базовый уровень

*\*Базовый I уровень – сохраняет логику самой науки и позволяет получить упрощенное, но верное и полное представление о предмете дисциплины, требует знание системы понятий, умение решать проблемные ситуации. Освоение данного уровня результатов обучения должно обеспечить формирование запланированных компетенций и позволит обучающемуся на минимальном уровне самостоятельности и ответственности выполнять задания;*

*Продвинутый II уровень – углубляет и обогащает базовый уровень как по содержанию, так и по глубине проработки материала дисциплины. Это происходит за счет включения дополнительной информации. Данный уровень требует умения решать проблемы в рамках курса и смежных курсов посредством самостоятельной постановки цели и выбора программы действий. Освоение данного уровня результатов обучения позволит обучающемуся повысить уровень самостоятельности и ответственности до творческого применения знаний и умений.*

## 1.2. Содержание дисциплины

Таблица 1.1

Код раздела, темы	Раздел, тема дисциплины*	Содержание
1	Историческое введение и система аксиом ZFC	Понятие множества. Возможность выразить любое математическое понятие в терминах теории множеств. Наивная теория множеств Кантора. Парадоксы теории множеств и пути для разрешения этих парадоксов. Система аксиом Цермело – Френкеля для теории множеств.
2	Выражение основных понятий теории множеств в языке, содержащем только один нелогический символ "принадлежит"	Язык теории множеств как язык логики предикатов первого порядка. Расширение языка при помощи введения новых предикатных и функциональных символов. Введение основных символов теории множеств и доказательства корректности их введения на основе системы аксиом ZFC.
3	Ординалы и трансфинитная индукция	Вполне упорядоченные множества. Построение ординалов и натуральных чисел. Теоремы об ординалах. Сложение, умножение и возведение в степень ординалов. Метод доказательства теорем трансфинитной индукцией по ординалам. Метод построения множеств трансфинитной рекурсией по ординалам.
4	Кардиналы и мощность	Аксиома степени. Понятие равномощности множества. Теорема Кантора-Шрёдера-Бернштейна. Канторовский диагональный метод. Построение кардиналов. Построение шкалы алефов. Теорема о произведении кардиналов.

5	Аксиома выбора	Аксиома выбора. Утверждения, эквивалентные аксиоме выбора: лемма Цорна, принцип максимальности Хаусдорфа, лемма Тьюки, принцип вполне-упорядочения и другие. Свойства конечного характера. Следствия из аксиомы выбора.
6	Арифметика кардиналов	Операции на кардиналах: сложение, умножение, возведение в степень. Континуум-гипотеза, обобщённая континуум-гипотеза и кардинальные операции на алефах. Понятие конфинальности, регулярные и сингулярные кардиналы. Лемма Кёнига. Шкала бэтов. Недостижимые кардиналы.
7	Аксиомы регулярности	Трансфинитная иерархия множеств. вполне-фундированные множества. Транзитивные множества. Понятие ранга. Как изменяется ранг при теоретико-множественных операциях. Иерархия множеств при аксиоме регулярности. Наследственно конечные и наследственно счётные множества. Построение моделей для различных подсистем ZFC. Трансфинитные индукция и рекурсия по иерархии всех множеств.
8	Выражение математических понятий на языке теории множеств	Построение целых, рациональных и вещественных чисел. Множество Лузина, множество Серпинского и множество Бернштейна. Выражение понятий логики на языке теории множеств.

### 1.3. Направление, виды воспитательной деятельности и используемые технологии

Направления воспитательной деятельности сопрягаются со всеми результатами обучения компетенций по образовательной программе, их освоение обеспечивается содержанием всех дисциплин модулей.

1.4. Программа дисциплины реализуется на государственном языке Российской Федерации .

## 2. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### Аксиоматическая теория множеств

#### Электронные ресурсы (издания)

1. Александров, П. С.; Введение в теорию множеств и общую топологию : монография.; Физматлит, Москва; 2009; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=477738> (Электронное издание)

#### Печатные издания

- Архангельский, А. В.; Основы общей топологии в задачах и упражнениях; Наука, Москва; 1974 (4 экз.)
- Куратовский, К., Кратко, М. И., Тайманов, А. Д.; Теория множеств; Мир, Москва; 1970 (2 экз.)
- Куратовский, К., Тайманов, А. П., Кратко, М. И.; Теория множеств; Мир, Москва; 1970 (12 экз.)
- Александров, П. С.; Введение в теорию множеств и общую топологию : [учебное пособие для студентов математических специальностей вузов].; ФИЗМАТЛИТ, Москва; 2009 (1 экз.)
- Александров, П. С.; Введение в теорию множеств и общую топологию : учебное пособие для студентов математических специальностей вузов.; ЛКИ, Москва; 2008 (10 экз.)
- Александров, П. С.; Введение в теорию множеств и общую топологию : [учебное пособие для математических специальностей вузов].; Наука, Москва; 1977 (3 экз.)

## Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы

1. <http://www.edu.ru/> - Федеральный портал. Российское образование.
2. Сайт кафедры: <http://kma.kmath.ru>
3. <http://biblioclub.ru> - портал-библиотека электронных книг

## Материалы для лиц с ОВЗ

Весь контент ЭБС представлен в виде файлов специального формата для воспроизведения синтезатором речи, а также в тестовом виде, пригодном для прочтения с использованием экранной лупы и настройкой контрастности.

## Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

- <http://www.edu.ru/> – Федеральный портал. Российское образование.
- <http://study.urfu.ru> – портал информационно-образовательных ресурсов УрФУ
- <http://lib.urfu.ru> – зональная научная библиотека ФГАОУ ВО УрФУ
- <http://www.mathnet.ru/> – общероссийский математический портал
- <http://biblioclub.ru> – портал-библиотека электронных книг
- <http://www.elibrary.ru/> – научная электронная библиотека
- <http://www.sciencedirect.com/> – сайт издательства Elsevier

## 3. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### Аксиоматическая теория множеств

Сведения об оснащённости дисциплины специализированным и лабораторным оборудованием и программным обеспечением

Таблица 3.1

№ п/п	Виды занятий	Оснащённость специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения
1	Практические занятия	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная Периферийное устройство Подключение к сети Интернет	Office 365 EDUA3 ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr B Faculty EES Google Chrome

2	Консультации	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная	не требуется
3	Текущий контроль и промежуточная аттестация	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя	не требуется
4	Самостоятельная работа студентов	Подключение к сети Интернет	Office 365 EDUA3 ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr B Faculty EES Google Chrome