

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина»

УТВЕРЖДАЮ  
Директор по образовательной  
деятельности

С.Т. Князев  
«\_\_» \_\_\_\_\_

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА МОДУЛЯ

Код модуля	Модуль
1156429	Функциональный анализ

Екатеринбург

<b>Перечень сведений о рабочей программе модуля</b>		<b>Учетные данные</b>
<b>Образовательная программа</b> 1. Математика и компьютерные науки		<b>Код ОП</b> 1. 02.03.01/33.01
<b>Направление подготовки</b> 1. Математика и компьютерные науки		<b>Код направления и уровня подготовки</b> 1. 02.03.01

Программа модуля составлена авторами:

<b>№ п/п</b>	<b>Фамилия Имя Отчество</b>	<b>Ученая степень, ученое звание</b>	<b>Должность</b>	<b>Подразделение</b>
1	Бовкун Вадим Андреевич	кандидат физико- математических наук, без ученого звания	Доцент	математического анализа
2	Глазырина Полина Юрьевна	кандидат физико- математических наук, доцент	Заведующий кафедрой	математического анализа
3	Мельникова Ирина Валерьяновна	доктор физико- математических наук, профессор	Профессор	математического анализа

**Согласовано:**

Управление образовательных программ

Р.Х. Токарева

# **1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА МОДУЛЯ** Функциональный анализ

## **1.1. Аннотация содержания модуля**

Модуль состоит из одноименной дисциплины и знакомит студентов с основами функционального анализа, включающие такие важные для компьютерного моделирования и защиты информации понятия, как метрика позволяющая дать количественный анализ изменения информационного сообщения , компактность и свойство непрерывных отображений на компактах лежащие в основе фрактальных методов хранения и передачи информации, а также обеспечивающие достаточные условия разрешимости различных экстремальных задач и тесно связанные с ними понятия нормы и полноты метрических пространств, а также понятие гильбертовых пространств и линейных операторов в них

## **1.2. Структура и объем модуля**

Таблица 1

№ п/п	Перечень дисциплин модуля в последовательности их освоения	Объем дисциплин модуля и всего модуля в зачетных единицах
1	Функциональный анализ	3
ИТОГО по модулю:		3

## **1.3.Последовательность освоения модуля в образовательной программе**

Пререквизиты модуля	1. Фундаментальная математика
Постреквизиты и кореквизиты модуля	Не предусмотрены

## **1.4. Распределение компетенций по дисциплинам модуля, планируемые результаты обучения (индикаторы) по модулю**

Таблица 2

Перечень дисциплин модуля	Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения (индикаторы)
1	2	3
Функциональный анализ	ОПК-1 - Способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в	З-1 - Демонстрировать понимание основных закономерностей, законов, теорий математики, их взаимосвязь с другими дисциплинами  У-1 - Определять пути решения задач профессиональной деятельности, опираясь

	профессиональной деятельности	на знания основных закономерностей, законов, теории математики  П-1 - Демонстрировать навыки применения простейших математических теорий и моделей для решения задач профессиональной деятельности  Д-1 - Демонстрировать навыки самообразования
	ПК-1 - Способен демонстрировать и применять в научно-исследовательской и прикладной деятельности базовые знания математических и естественных наук, современного математического аппарата, современных языков программирования и информационных технологий	З-1 - Формулировать основные теоремы и понятия математических и естественных наук  У-1 - Решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в области математики и компьютерных наук  П-1 - Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в математике и информатике

### **1.5. Форма обучения**

Обучение по дисциплинам модуля может осуществляться в очной формах.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Функциональный анализ**

Рабочая программа дисциплины составлена авторами:

<b>№ п/п</b>	<b>Фамилия Имя Отчество</b>	<b>Ученая степень, ученое звание</b>	<b>Должность</b>	<b>Подразделение</b>
1	Бовкун Вадим Андреевич	кандидат физико-математических наук, без ученого звания	Доцент	математического анализа
2	Мельникова Ирина Валерьевна	доктор физико-математических наук, профессор	Профессор	математического анализа
3	Филатова Мария Александровна	кандидат физико-математических наук, без ученого звания	Доцент	математического анализа

**Рекомендовано учебно-методическим советом института Естественных наук и математики**

Протокол № 6 от 15.10.2021 г.

# 1. СОДЕРЖАНИЕ И ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ

Авторы:

- **Бовкун Вадим Андреевич, Доцент, математического анализа**
- **Мельникова Ирина Валерьяновна, Профессор, математического анализа**
- **Филатова Мария Александровна, Доцент, математического анализа**

## 1.1. Технологии реализации, используемые при изучении дисциплины модуля

- Традиционная (репродуктивная) технология
- Разноуровневое (дифференцированное) обучение
  - Базовый уровень

\**Базовый I уровень – сохраняет логику самой науки и позволяет получить упрощенное, но верное и полное представление о предмете дисциплины, требует знание системы понятий, умение решать проблемные ситуации. Освоение данного уровня результатов обучения должно обеспечить формирование запланированных компетенций и позволит обучающемуся на минимальном уровне самостоятельности и ответственности выполнять задания; Продвинутый II уровень – углубляет и обогащает базовый уровень как по содержанию, так и по глубине проработки материала дисциплины. Это происходит за счет включения дополнительной информации. Данный уровень требует умения решать проблемы в рамках курса и смежных курсов посредством самостоятельной постановки цели и выбора программы действий. Освоение данного уровня результатов обучения позволит обучающемуся повысить уровень самостоятельности и ответственности до творческого применения знаний и умений.*

## 1.2. Содержание дисциплины

Таблица 1.1

Код раздела, темы	Раздел, тема дисциплины*	Содержание
1	Введение.	Возникновение функционального анализа как самостоятельного раздела математики, его современное состояние и связь с приложениями.
2	Линейные нормированные пространства.	Метрические, линейные нормированные пространства. Классические примеры линейных нормированных пространств. Топология метрических и линейных нормированных пространств, сходимость последовательности в метрических и линейных нормированных пространствах. Сравнение норм, эквивалентные нормы в линейных нормированных пространствах. Непрерывные отображения, их свойства.
3	Полнота.	Полные пространства. Принцип вложенных шаров. Пополнение, теорема о пополнении (без доказательства). Принцип сжимающих отображений, применение к решению интегральных уравнений.
4	Сепарабельность.	Сепарабельные пространства, примеры. Несепарабельность пространства, в котором существует несчетное дискретное подмножество.
5	Компактность.	Компактность в метрических пространствах, свойства компактных подмножеств. Вполне ограниченность, теорема Хаусдорфа (без доказательства). Теорема Арцела (без доказательства).

		доказательства). Свойства отображений, непрерывных на компакте. Конечномерность и компактность.
6	Гильбертовы пространства.	Евклидовы, гильбертовы пространства, определения, примеры. Теорема об ортогональном разложении гильбертова пространства. Ортогональные, полные и замкнутые системы. Существование полной ортонормальной системы в сепарабельном гильбертовом пространстве. Ряды Фурье. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля. Изоморфизм сепарабельных бесконечномерных гильбертовых пространств.
7	Интеграл Лебега.	Мера Лебега ограниченного подмножества числовой прямой. Измеримые функции (определение, алгебраические свойства). Интеграл Лебега и его свойства. Неравенства Гельдера и Минковского. Пространства $L_p[a;b]$ (норма, полнота).
8	Линейные операторы и линейные функционалы в нормированных пространствах.	Линейные непрерывные операторы и функционалы, примеры. Эквивалентность свойств непрерывности и ограниченности для линейного оператора. Норма линейного ограниченного оператора. Пространство линейных непрерывных операторов $L(X;Y)$ . Сопряженное пространство. Теорема Хана-Банаха (без доказательства) и ее следствия. Общий вид линейных непрерывных функционалов в пространствах $L_p$ , гильбертовом и конечномерном.
9	Сопряженные операторы.	Сопряженные и эрмитово сопряженные операторы, определение, примеры, свойства.
10	Обратные операторы. Спектр.	Обратные операторы. Теорема Банаха об обратном операторе (без доказательства). Спектр и резольвентное множество оператора, их свойства.
11	Вполне непрерывные операторы.	Вполне непрерывные операторы, определение, примеры, свойства. Теорема Гильберта-Шмидта (без доказательства).
12	Операторные уравнения.	Операторные уравнения второго рода, альтернативы Фредгольма. Операторные уравнения первого рода. Регуляризация некорректных задач.

### 1.3. Направление, виды воспитательной деятельности и используемые технологии

Таблица 1.2

Направление воспитательной деятельности	Вид воспитательной деятельности	Технология воспитательной деятельности	Компетенция	Результаты обучения
Профессиональное воспитание	учебно-исследовательская, научно-исследовательская	Технология формирования уверенности и готовности к самостоятельной успешной профессиональной деятельности	ПК-1 - Способен демонстрировать и применять в научно-исследовательской и прикладной деятельности базовые знания	З-1 - Формулировать основные теоремы и понятия математических и естественных наук

			математических и естественных наук, современного математического аппарата, современных языков программирования и информационных технологий	У-1 - Решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в области математики и компьютерных наук
--	--	--	--	--

1.4. Программа дисциплины реализуется на государственном языке Российской Федерации .

## **2. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Функциональный анализ**

#### **Электронные ресурсы (издания)**

1. Колмогоров, А. Н.; Элементы теории функций и функционального анализа : учебник.; Физматлит, Москва; 2012; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82563> (Электронное издание)
2. Треногин, В. А.; Функциональный анализ : учебник.; Физматлит, Москва; 2002; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82613> (Электронное издание)

#### **Печатные издания**

1. Треногин, В. А.; Функциональный анализ : Учебник для вузов.; ФИЗМАТЛИТ, Москва; 2002 (60 экз.)
2. Люстерник, Л. А.; Краткий курс функционального анализа : учеб. пособие [для вузов].; Лань, Санкт-Петербург [и др.]; 2009 (152 экз.)
3. Канторович, Л. В.; Функциональный анализ; Наука, Москва; 1977 (19 экз.)
4. Антоневич, А. Б., Крейн, С. Г.; Задачи и упражнения по функциональному анализу : [учебное пособие для математических специальностей вузов].; Вышэйшая школа, Минск; 1978 (34 экз.)
5. Треногин, В. А.; Задачи и упражнения по функциональному анализу : Учеб. пособие для вузов.; ФИЗМАТЛИТ, Москва; 2002 (30 экз.)
6. Данилин, А. Р.; Функциональный анализ : учеб. пособие для студентов, обучающихся по программе бакалавриата по направлениям подготовки 010100 "Математика", 010200 "Математика и компьютерные науки", 010800 "Механика и математическое моделирование", 090301 "Компьютерная безопасность".; Издательство Уральского университета, Екатеринбург; 2012 (169 экз.)
7. Глазырина, П. Ю.; Функциональный анализ. Типовые задачи : [учебное пособие для студентов, обучающихся по программе бакалавриата по направлениям подготовки 01.03.01 "Математика", 01.03.03 "Механика и математическое моделирование", 02.03.01 "Математика и компьютерные науки", 02.03.02 "Фундаментальная информатика и информационные технологии", по программе специалитета по направлению подготовки 10.05.01 "Компьютерная безопасность"].; Издательство Уральского университета, Екатеринбург; 2016 (100 экз.)

#### **Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы**

<http://e.lanbook.com/> – ЭБС "Лань"

<http://www.edu.ru/> – Федеральный портал. Российское образование.

<http://biblioclub.ru> – портал-библиотека электронных книг

### **Материалы для лиц с ОВЗ**

Весь контент ЭБС представлен в виде файлов специального формата для воспроизведения синтезатором речи, а также в тестовом виде, пригодном для прочтения с использованием экранной лупы и настройкой контрастности.

### **Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы**

<http://study.urfu.ru> – портал информационно-образовательных ресурсов УрФУ

<http://lib.urfu.ru> – Зональная научная библиотека ФГАОУ ВО УрФУ

<http://lib.urfu.ru/mod/resource/view.php?id=2320> – Списки рекомендованной литературы от ЗНБ

## **3. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Функциональный анализ**

### **Сведения об оснащенности дисциплины специализированным и лабораторным оборудованием и программным обеспечением**

Таблица 3.1

<b>№ п/п</b>	<b>Виды занятий</b>	<b>Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы</b>	<b>Перечень лицензионного программного обеспечения</b>
1	Лекции	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов  Рабочее место преподавателя  Доска аудиторная  Периферийное устройство	Office 365 EDUA3 ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr B Faculty EES
2	Практические занятия	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов  Рабочее место преподавателя	не требуется

		Доска аудиторная	
3	Консультации	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов  Доска аудиторная	не требуется
4	Текущий контроль и промежуточная аттестация	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов  Рабочее место преподавателя	не требуется
5	Самостоятельная работа студентов	Подключение к сети Интернет	Office 365 EDUA3 ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr B Faculty EES Google Chrome