

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина»

УТВЕРЖДАЮ
Директор по образовательной
деятельности

_____ С.Т. Князев
«__» _____

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА МОДУЛЯ

Код модуля	Модуль
1156740	Математический анализ

Екатеринбург

Перечень сведений о рабочей программе модуля	Учетные данные
Образовательная программа 1. Современные проблемы математики	Код ОП 1. 01.04.01/33.01
Направление подготовки 1. Математика	Код направления и уровня подготовки 1. 01.04.01

Программа модуля составлена авторами:

№ п/п	Фамилия Имя Отчество	Ученая степень, ученое звание	Должность	Подразделение
1	Глазырина Полина Юрьевна	кандидат физико-математических наук, доцент	Заведующий кафедрой	математического анализа
2	Дейкалова Марина Валерьевна	кандидат физико-математических наук, доцент	Доцент	математического анализа
3	Маринов Анатолий Вячеславович	кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник	Доцент	математического анализа

Согласовано:

Управление образовательных программ

Р.Х. Токарева

1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА МОДУЛЯ Математический анализ

1.1. Аннотация содержания модуля

модуль входит одна дисциплина «Математический анализ». Дисциплина состоит из двух частей: «Теория меры и интеграла» и «Дифференциальные свойства функций». Теория меры и интеграла Лебега, изучаемая в первой части курса, составляет фундамент современного действительного анализа. Она широко используется в других математических дисциплинах, в первую очередь – в теории функций, теории дифференциальных и интегральных уравнений, теории вероятностей. В курсе обстоятельно излагаются следующие вопросы: стандартное продолжение меры с полукольца на сигма-алгебру, меры Лебега и Лебега – Стильтьеса в m -мерном евклидовом пространстве, связь между различными видами сходимости последовательностей измеримых функций, структура измеримых функций, свойства интеграла Лебега, предельный переход под знаком интеграла Лебега, замена переменной в интеграле Лебега, разложения Хана и Жордана для зарядов, теорема Радона – Никодима, разложение заряда в сумму абсолютно непрерывного и сингулярного зарядов, теорема Фубини. Цель второй части курса – изучить специфику задачи восстановления функции по ее производной на прямой и родственные вопросы: функции ограниченной вариации, интеграл Римана – Стильтьеса, монотонные и абсолютно непрерывные функции и их дифференциальные свойства, точки Лебега и аппроксимативная непрерывность функции

1.2. Структура и объем модуля

Таблица 1

№ п/п	Перечень дисциплин модуля в последовательности их освоения	Объем дисциплин модуля и всего модуля в зачетных единицах
1	Математический анализ	6
ИТОГО по модулю:		6

1.3. Последовательность освоения модуля в образовательной программе

Пререквизиты модуля	Не предусмотрены
Постреквизиты и кореквизиты модуля	1. Современные научные исследования

1.4. Распределение компетенций по дисциплинам модуля, планируемые результаты обучения (индикаторы) по модулю

Таблица 2

Перечень дисциплин модуля	Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения (индикаторы)
1	2	3

<p>Математический анализ</p>	<p>УК-1 - Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий</p>	<p>З-1 - Демонстрировать понимание основных методов системного подхода и критического анализа проблемных ситуаций</p> <p>У-1 - Выявлять проблемные ситуации, используя методы системного подхода и критического анализа</p> <p>У-3 - Анализировать проблемную ситуацию, выявлять и определять способы ее разрешения</p> <p>П-2 - Использовать методы критического анализа и системного подхода в разработке стратегии действий для решения проблемных ситуаций, в том числе в цифровой среде</p> <p>Д-1 - Демонстрировать аналитические способности и критическое мышление</p>
	<p>ОПК-1 - Способен выявлять, формулировать и решать фундаментальные и прикладные задачи в области своей профессиональной деятельности и в междисциплинарных направлениях с использованием фундаментальных знаний и практических навыков</p>	<p>З-1 - Демонстрировать понимание фундаментальных принципов, методов и подходов к решению фундаментальных и прикладных задач в профильной области деятельности и междисциплинарных направлениях</p> <p>У-1 - Выявлять и определять цели и пути решения фундаментальных и прикладных задач в профильной области деятельности, опираясь на фундаментальные законы и принципы, с использованием соответствующих целям подходов и методов</p> <p>П-1 - Предлагать пути решения фундаментальных и прикладных задач в профильной области деятельности и междисциплинарных направлениях, опираясь на фундаментальные законы и принципы с использованием соответствующих целям подходов и методов</p> <p>Д-1 - Демонстрировать аналитические умения и креативное мышление</p>
	<p>ПК-1 - Способен применять фундаментальные знания математических и естественных наук, программирования и</p>	<p>З-1 - Изложить актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики</p>

	информационных технологий	<p>У-1 - Строго доказывать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата</p> <p>П-1 - Иметь опыт решения актуальных и значимых проблем фундаментальной, прикладной и компьютерной математики</p>
--	---------------------------	--

1.5. Форма обучения

Обучение по дисциплинам модуля может осуществляться в очной формах.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Математический анализ

Рабочая программа дисциплины составлена авторами:

№ п/п	Фамилия Имя Отчество	Ученая степень, ученое звание	Должность	Подразделение
1	Глазырина Полина Юрьевна	кандидат физико- математических наук, доцент	Заведующий кафедрой	математического анализа
2	Маринов Анатолий Вячеславович	кандидат физико- математических наук, старший научный сотрудник	Доцент	математического анализа

Рекомендовано учебно-методическим советом института Естественных наук и математики

Протокол № 6 от 15.10.2021 г.

1. СОДЕРЖАНИЕ И ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ

Авторы:

- Глазырина Полина Юрьевна, Заведующий кафедрой, математического анализа
- Маринов Анатолий Вячеславович, Доцент, математического анализа

1.1. Технологии реализации, используемые при изучении дисциплины модуля

- Традиционная (репродуктивная) технология
- Разноуровневое (дифференцированное) обучение
 - Базовый уровень

**Базовый I уровень – сохраняет логику самой науки и позволяет получить упрощенное, но верное и полное представление о предмете дисциплины, требует знание системы понятий, умение решать проблемные ситуации. Освоение данного уровня результатов обучения должно обеспечить формирование запланированных компетенций и позволит обучающемуся на минимальном уровне самостоятельности и ответственности выполнять задания;*

Продвинутый II уровень – углубляет и обогащает базовый уровень как по содержанию, так и по глубине проработки материала дисциплины. Это происходит за счет включения дополнительной информации. Данный уровень требует умения решать проблемы в рамках курса и смежных курсов посредством самостоятельной постановки цели и выбора программы действий. Освоение данного уровня результатов обучения позволит обучающемуся повысить уровень самостоятельности и ответственности до творческого применения знаний и умений.

1.2. Содержание дисциплины

Таблица 1.1

Код раздела, темы	Раздел, тема дисциплины*	Содержание
1	Кольца, алгебры и другие структуры в множестве всех подмножеств. Меры множеств	Кольца и сигма-кольца, алгебры и сигма-алгебры. Конечно- и счетно-аддитивные меры. Свойства конечно-аддитивных мер на кольцах и дополнительные свойства счетно-аддитивных мер на сигма-кольцах.
2	Мера, порожденная внешней мерой	Абстрактная внешняя мера. Мера, порожденная внешней мерой.
3	Стандартное продолжение меры с полукольца на сигма-алгебру	Полукольца. Свойства мер на полукольцах. Внешняя мера, порожденная мерой на полукольце. Стандартное продолжение меры с полукольца на сигма-алгебру.
4	Меры Лебега и Лебега – Стильеса в конечномерном евклидовом пространстве	Полукольцо ячеек. Параллелепипеды и их объемы. Счетная аддитивность объема параллелепипеда. Меры Лебега и Лебега – Стильеса в конечномерном евклидовом пространстве. Производящие функции мер Лебега – Стильеса на прямой.
5	Измеримые функции	Измеримые функции. Сходимость почти всюду последовательности измеримых функций. Измеримость предела почти всюду в случае полной меры. Критерий сходимости почти всюду. Сходимость по мере. Связь между сходимостями по мере и почти всюду (теоремы Лебега и Рисса). Связь между сходимостью почти всюду и равномерной сходимостью (теорема Егорова). Связь измеримых функций с непрерывными функциями (теоремы Лузина и Фреше).

6	Интеграл Лебега от неотрицательных измеримых функций	Интеграл Лебега от неотрицательных измеримых функций и его свойства. Теорема Леви. Следствие из теоремы Леви. Теорема Фату.
7	Интеграл Лебега от измеримых функций произвольного знака	Интеграл Лебега от измеримых функций произвольного знака и его свойства. Теорема Лебега о предельном переходе под знаком интеграла. Связь интеграла Лебега с интегралом Римана и несобственным интегралом.
8	Теорема Фубини	Декартово произведение полуколец с мерами. Теорема Фубини, принцип Кавальери, теорема Тонелли.
9	Заряды	Вариации зарядов. Разложения Хана и Жордана. Теорема Радона – Никодима. Теорема Лебега о разложении заряда в сумму абсолютно непрерывного и сингулярного зарядов. Замена переменной в интеграле Лебега.
10	Функциональные пространства	Пространства суммируемых функций. Неравенства Гёльдера и Минковского. Полнота пространств суммируемых функций. Сопряженное пространство.
11	Дифференциальные свойства монотонных функций	Производные числа. Лемма об односторонних производных. Лемма Д.Витали о покрытии. Дифференцируемость монотонной функции.
12	Функции ограниченной вариации	Функции ограниченной вариации. Определение и основные свойства. Функция скачков. Представление функции ограниченной вариации в виде суммы функции скачков и непрерывной функции ограниченной вариации.
13	Интеграл Римана-Стилтьеса	Интеграл Римана–Стилтьеса. Построение. Существование. Свойства. Связь интегралов Римана–Стилтьеса и Лебега. Предельный переход под знаком интеграла Римана-Стилтьеса. Вычисление интеграла Римана-Стилтьеса от непрерывной функции по функции скачков. Линейные непрерывные функционалы на пространстве непрерывных функций на отрезке (сопряженное пространство к пространству непрерывных функций на отрезке).
14	Абсолютно непрерывные функции и их дифференциальные свойства	Абсолютно непрерывные функции. Арифметические операции над абсолютно непрерывными функциями. Свойства абсолютно непрерывных функций (ограниченность вариации, представление в виде разности двух неубывающих абсолютно непрерывных функций, существование конечной производной почти всюду, абсолютно непрерывная функция, производная которой почти всюду равна нулю, есть константа). Неопределенный интеграл Лебега суммируемой функции. Производная неопределенного интеграла Лебега суммируемой функции. Теорема Лебега о восстановлении абсолютно непрерывной функции по ее производной. Разложение непрерывной функции ограниченной вариации на абсолютно непрерывную и сингулярную составляющие. Вариация абсолютно непрерывной функции. N-свойство Лузина. Замена переменной в одномерном интеграле Лебега.
15	Дифференциальные свойства функций нескольких переменных	Дифференциальные свойства функций нескольких переменных. Точки плотности и точки Лебега. Дифференцирование мер на m -мерном евклидовом пространстве. Аппроксимативная

		непрерывность. Производные числа и аппроксимативная дифференцируемость. Производная в смысле Соболева.
--	--	--

1.3. Направление, виды воспитательной деятельности и используемые технологии

Направления воспитательной деятельности сопрягаются со всеми результатами обучения компетенций по образовательной программе, их освоение обеспечивается содержанием всех дисциплин модулей.

1.4. Программа дисциплины реализуется на государственном языке Российской Федерации .

2. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Математический анализ

Электронные ресурсы (издания)

1. Вулих, Б. З.; Краткий курс теории функций вещественной переменной: введение в теорию интеграла : учебное пособие.; Наука, Москва; 1973; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=459820> (Электронное издание)
2. Колмогоров, А. Н.; Элементы теории функций и функционального анализа : учебник.; Физматлит, Москва; 2012; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82563> (Электронное издание)
3. Леонтьева, Т. А.; Задачи по теории функций действительного переменного; Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва; 1997; <http://www.iprbookshop.ru/13081.html> (Электронное издание)
4. Лебег, А. Л., Бари, Н. К., Бари, Н. К.; Интегрирование и отыскание примитивных функций : монография.; Государственное технико-теоретическое изд-во, Вышний Волочек; 1934; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=102517> (Электронное издание)
5. Натансон, И. П.; Теория функций вещественной переменной : учебное пособие.; Наука, Москва; 1974; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=459802> (Электронное издание)
6. Лозв, М., М., Прохоров, Ю. В.; Теория вероятностей; Иностранная литература, Москва; 1962; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=458348> (Электронное издание)
7. Арестов, В. В.; Введение в теорию функций действительного переменного: мера и интеграл Лебега на прямой : учебное пособие.; Издательство Уральского университета, Екатеринбург; 2018; <http://www.iprbookshop.ru/106351.html> (Электронное издание)
8. ; Действительный анализ в задачах : учебное пособие.; Физматлит, Москва; 2005; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69331> (Электронное издание)
9. Арестов, В. В.; Дифференциальные свойства функций одного действительного переменного : учебное пособие.; Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, Екатеринбург; 2013; <http://www.iprbookshop.ru/65926.html> (Электронное издание)

Печатные издания

1. Колмогоров, А. Н.; Элементы теории функций и функционального анализа; ФИЗМАТЛИТ, Москва; 2004 (15 экз.)
2. Богачев, В. И.; Т. 1; Институт компьютерных исследований, Москва; 2006 (1 экз.)
3. Богачев, В. И.; Т. 2; Институт компьютерных исследований, Москва; 2006 (1 экз.)

4. Дьяченко, М. И., Ульянов, П. Л.; Мера и интеграл : Учеб. пособие.; Факториал Пресс, Москва; 2002 (1 экз.)
5. Дьяченко, М. И.; Мера и интеграл : Учеб. пособие.; Факториал, Москва; 1998 (1 экз.)
6. Макаров, Б. М., Подкорытов, А. Н.; Лекции по вещественному анализу : учеб. по специальности 010503 "Мат. обеспечение и администрирование информ. систем".; БХВ-Петербург, Санкт-Петербург; 2011 (5 экз.)
7. Халмош, П., Васильков, Д. А., Фомин, С. В.; Теория меры; Издательство иностранной литературы, Москва; 1953 (1 экз.)
8. Натансон, И. П.; Теория функций вещественной переменной : [Учеб. пособие для вузов].; Наука, Москва; 1974 (32 экз.)
9. Лозв, М., Прохоров, Ю. В., Севастьянов, Б. А.; Теория вероятностей; Иностранная литература, Москва; 1962 (7 экз.)
10. Арестов, В. В.; Дифференциальные свойства функций одного действительного переменного : учебное пособие для студентов, обучающихся по программе бакалавриата по направлениям подготовки 010100 "Математика", 010200 "Математика и компьютерные науки", 010800 "Механика и математическое моделирование".; Издательство Уральского университета, Екатеринбург; 2013 (100 экз.)

Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы

1. Богачев В. И. Основы теории меры / В. И. Богачев . -- М. ; Ижевск : Институт компьютерных исследований : НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2006. – 583 с.

Том 1 <https://booksee.org/book/443456>

Том 2 <https://booksee.org/book/443457>

2. Дьяченко М. И., Ульянов П. Л. Мера и интеграл. М.: «Факториал», 1998. – 160 с.

<https://booksee.org/book/441801>

3. Теляковский С. А. Сборник задач по теории функций действительного переменного. М.: Наука, 1980. – 112 с.

<https://booksee.org/book/1500518>

4. Халмош П. Теория меры. М.: ИЛ, 1954. – 297 с.

<https://booksee.org/book/443587>

Материалы для лиц с ОВЗ

Весь контент ЭБС представлен в виде файлов специального формата для воспроизведения синтезатором речи, а также в тестовом виде, пригодном для прочтения с использованием экранной лупы и настройкой контрастности.

Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

<http://www.edu.ru/> – Федеральный портал. Российское образование.

<http://study.urfu.ru> – портал информационно-образовательных ресурсов УрФУ

<http://lib.urfu.ru> – зональная научная библиотека ФГАОУ ВО УрФУ

<http://www.mathnet.ru/> – общероссийский математический портал

<http://biblioclub.ru> – портал-библиотека электронных книг

<http://www.elibrary.ru/> – научная электронная библиотека

<http://www.sciencedirect.com/> – сайт издательства Elsevier

3. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Математический анализ

Сведения об оснащённости дисциплины специализированным и лабораторным оборудованием и программным обеспечением

Таблица 3.1

№ п/п	Виды занятий	Оснащённость специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения
1	Лекции	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная Периферийное устройство Подключение к сети Интернет	Office 365 EDUA5 ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr B Faculty EES Google Chrome
2	Консультации	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная Периферийное устройство Подключение к сети Интернет	Office 365 EDUA5 ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr B Faculty EES Google Chrome
3	Текущий контроль и промежуточная аттестация	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя	не требуется
4	Самостоятельная работа студентов	Подключение к сети Интернет	Office 365 EDUA5 ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr B Faculty EES

			Google Chrome
--	--	--	---------------