

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина»

УТВЕРЖДАЮ
Директор по образовательной
деятельности

_____ С.Т. Князев
«___» _____

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА МОДУЛЯ

Код модуля	Модуль
1156750	Оптимальное управление

Екатеринбург

Перечень сведений о рабочей программе модуля	Учетные данные
Образовательная программа 1. Современные проблемы математики	Код ОП 1. 01.04.01/33.01
Направление подготовки 1. Математика	Код направления и уровня подготовки 1. 01.04.01

Программа модуля составлена авторами:

№ п/п	Фамилия Имя Отчество	Ученая степень, ученое звание	Должность	Подразделение
1	Кумков Сергей Сергеевич	кандидат физико-математических наук, без ученого звания	Доцент	Департамент математики, механики и компьютерных наук
2	Пацко Валерий Семенович	кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник	Доцент	прикладной математики и механики

Согласовано:

Управление образовательных программ

Р.Х. Токарева

1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА МОДУЛЯ **Оптимальное управление**

1.1. Аннотация содержания модуля

В модуль входит одна дисциплина «Оптимальное управление». В курсе рассматриваются типичные постановки задач управления и дифференциальных игр. Приводятся доказательства утверждений, характеризующих оптимальные решения в классе программных управлений и управлений по принципу обратной связи. Существенное внимание уделяется идейной стороне вычислительных алгоритмов. Рассматриваются прикладные задачи. Курс опирается на общеизвестные факты математического анализа и на стандартные сведения из теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Изложение курса дает основу для изучения и понимания более специальных вопросов математической теории управления.

1.2. Структура и объем модуля

Таблица 1

№ п/п	Перечень дисциплин модуля в последовательности их освоения	Объем дисциплин модуля и всего модуля в зачетных единицах
1	Оптимальное управление	4
ИТОГО по модулю:		4

1.3. Последовательность освоения модуля в образовательной программе

Пререквизиты модуля	Не предусмотрены
Постреквизиты и кореквизиты модуля	Не предусмотрены

1.4. Распределение компетенций по дисциплинам модуля, планируемые результаты обучения (индикаторы) по модулю

Таблица 2

Перечень дисциплин модуля	Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения (индикаторы)
1	2	3
Оптимальное управление	УК-1 - Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	З-2 - Определять этапы разработки стратегии действий, в том числе в цифровой среде, и методы решения проблемных ситуаций У-2 - Обосновывать выбор стратегии для достижения поставленной цели, в том числе

		<p>в цифровой среде, с учетом ограничений, рисков и моделируемых результатов</p> <p>У-3 - Анализировать проблемную ситуацию, выявлять и определять способы ее разрешения</p> <p>П-1 - Использовать эффективные стратегии действий для решения проблемной ситуации, в том числе в цифровой среде, с учетом оценки ограничений, рисков и моделируемых результатов</p> <p>Д-1 - Демонстрировать аналитические способности и критическое мышление</p>
	<p>ОПК-1 - Способен выявлять, формулировать и решать фундаментальные и прикладные задачи в области своей профессиональной деятельности и в междисциплинарных направлениях с использованием фундаментальных знаний и практических навыков</p>	<p>З-1 - Демонстрировать понимание фундаментальных принципов, методов и подходов к решению фундаментальных и прикладных задач в профильной области деятельности и междисциплинарных направлениях</p> <p>У-1 - Выявлять и определять цели и пути решения фундаментальных и прикладных задач в профильной области деятельности, опираясь на фундаментальные законы и принципы, с использованием соответствующих целям подходов и методов</p> <p>П-1 - Предлагать пути решения фундаментальных и прикладных задач в профильной области деятельности и междисциплинарных направлениях, опираясь на фундаментальные законы и принципы с использованием соответствующих целям подходов и методов</p> <p>Д-1 - Демонстрировать аналитические умения и креативное мышление</p>
	<p>ПК-2 - Способен анализировать и обрабатывать научную информацию и результаты исследований</p>	<p>З-1 - Описывать методы проведения исследований в области математики</p> <p>У-1 - Анализировать научные проблемы по тематике проводимых исследований и разработок</p> <p>П-1 - Иметь опыт работы с поисковыми системами, электронными библиотеками, базами данных по выбранной предметной области</p>

1.5. Форма обучения

Обучение по дисциплинам модуля может осуществляться в очной формах.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Оптимальное управление

Рабочая программа дисциплины составлена авторами:

№ п/п	Фамилия Имя Отчество	Ученая степень, ученое звание	Должность	Подразделение
1	Кумков Сергей Сергеевич	кандидат физико-математических наук, без ученого звания	Доцент	Департамент математики, механики и компьютерных наук
2	Пацко Валерий Семенович	кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник	Доцент	прикладной математики и механики

Рекомендовано учебно-методическим советом института Естественных наук и математики

Протокол № 6 от 15.10.2021 г.

1. СОДЕРЖАНИЕ И ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ

Авторы:

- Кумков Сергей Сергеевич, Доцент, Департамент математики, механики и компьютерных наук
- Пацко Валерий Семенович, Доцент, прикладной математики и механики

1.1. Технологии реализации, используемые при изучении дисциплины модуля

- Традиционная (репродуктивная) технология
- Разноуровневое (дифференцированное) обучение
 - Базовый уровень

**Базовый I уровень – сохраняет логику самой науки и позволяет получить упрощенное, но верное и полное представление о предмете дисциплины, требует знание системы понятий, умение решать проблемные ситуации. Освоение данного уровня результатов обучения должно обеспечить формирование запланированных компетенций и позволит обучающемуся на минимальном уровне самостоятельности и ответственности выполнять задания;*
Продвинутый II уровень – углубляет и обогащает базовый уровень как по содержанию, так и по глубине проработки материала дисциплины. Это происходит за счет включения дополнительной информации. Данный уровень требует умения решать проблемы в рамках курса и смежных курсов посредством самостоятельной постановки цели и выбора программы действий. Освоение данного уровня результатов обучения позволит обучающемуся повысить уровень самостоятельности и ответственности до творческого применения знаний и умений.

1.2. Содержание дисциплины

Таблица 1.1

Код раздела, темы	Раздел, тема дисциплины*	Содержание
1	Примеры прикладных задач теории управления и теории дифференциальных игр	Примеры прикладных задач с демонстрацией результатов применения численных методов теории управления и дифференциальных игр: задача о посадке самолета в условиях ветрового возмущения, задача об обходе препятствий, задача о преодолении самолетом препятствия по высоте, задача о восстановлении траектории самолета в условиях неточных замеров его положения
2	Модельные задачи теории управления и дифференциальных игр	Модельные задачи теории управления и теории дифференциальных игр с фиксированным и нефиксированным моментами окончания: материальная точка на прямой, осциллятор, автомобиль Дубинса. Описание динамики, входение полезного управления и помехи, показатель качества, программное управление и управление обратной связи.
3	Линейные управляемые системы. Формула Коши. Принцип максимума Понтрягина	Линейные управляемые системы. Формула Коши. Выпуклость множества достижимости. Теорема об отделимости выпуклых множеств. Опорная функция. Принцип максимума Понтрягина для управлений, ведущих на границу множества достижимости. Принцип максимума в задачах с фиксированным моментом окончания и терминальной функцией платы. Принцип максимума для задач быстрогодействия. Необходимые и достаточные

		условия оптимальности, записываемые при помощи принципа максимума.
4	Применение принципа максимума Понтрягина к задачам оптимального быстродействия	Применение принципа максимума Понтрягина к задачам оптимального быстродействия для материальной точки на прямой и для линейного осциллятора. Синтез оптимального управления.
5	Нелинейные задачи программного управления.	Нелинейные задачи программного управления. Теорема о дифференцируемости решения векторного дифференциального уравнения по начальным данным. Игольчатые вариации. Принцип максимума Понтрягина для управлений, ведущих на границу множества достижимости. Необходимые условия оптимальности программного управления для задач с фиксированным моментом окончания и дифференцируемой функцией платы. Отличие в формулировке и доказательстве принципа максимума для задач быстродействия. Задачи с интегральным показателем качества. Структура множеств достижимости для автомобиля Дубинса.
6	Принцип динамического программирования	Принцип динамического программирования для задач оптимального управления. Уравнение Беллмана. Нелинейные уравнения в частных производных первого порядка. Метод характеристик нахождения решения задачи Коши. Адаптация к задачам оптимального управления.
7	Управляемые системы общего вида и дифференциальные включения.	Управляемые системы общего вида и дифференциальные включения. Множества достижимости и интегральные воронки управляемых систем и дифференциальных включений. Их свойства. Незамкнутость (в общем случае) множеств достижимости управляемых систем. Равномерная ограниченность множеств достижимости управляемых систем общего вида на конечном промежутке времени и с компактным начальным множеством. Лемма Гронуолла-Беллмана, её применение при доказательстве равномерной ограниченности множеств достижимости на конечном промежутке времени и с компактным начальным множеством.
8	Алгоритмы приближенного вычисления множеств достижимости	Алгоритмы приближенного вычисления множеств достижимости нелинейных управляемых систем с геометрическими ограничениями на управления. Оценки сходимости алгоритмов. Примеры вычисления множеств достижимости для управляемых систем на плоскости и в трехмерном пространстве. Алгоритмы приближенного вычисления множеств достижимости нелинейных управляемых систем с интегральными (квадратичными) ограничениями на управления.
9	Инвариантность и слабая инвариантность	Инвариантность как одна из центральных концепций современной математики. Свойство инвариантности в алгебре,

	относительно управляемых систем и дифференциальных включений	теории чисел и теории управления. Понятия слабой инвариантности и инвариантности множеств относительно управляемых систем и дифференциальных включений. Свойство инвариантности (в прямом времени) и слабой инвариантности (в обратном времени) интегральных воронок динамических систем. Задачи о сближении управляемых систем с терминальным множеством и пути их решения, основанные на использовании интегральных воронок и конструкций управления с поводырем.
10	Фазовые ограничения в задачах управления	Задачи управления нелинейными динамическими системами при наличии фазовых ограничений. Понятия выживающих траекторий управляемых систем и ядра выживаемости. Алгоритмы приближенного вычисления ядер выживаемости и выживающих траекторий управляемых систем. Примеры вычисления ядер выживаемости и выживающих траекторий в задачах на плоскости и в трехмерном пространстве.
11	Задачи об обходе препятствий	Задачи об обходе препятствий управляемыми протяженными объектами. Трехэтапный метод решения задачи об обходе препятствий, основанный на применении процедур управления с поводырем. Алгоритмы, лежащие в основе трехэтапного метода решения задачи об обходе препятствий.
12	Постановки задач теории антагонистических дифференциальных игр	Типичные постановки задач теории антагонистических дифференциальных игр. Уравнение Айзекса. Понятие о методе Айзекса решения дифференциальных игр. Сингулярные поверхности и их типы.
13	Различные формализации дифференциальных игр	Важность формализации дифференциальных игр. Подход Л.С. Понтрягина к решению линейных дифференциальных игр о сближении. Позиционная формализация Н.Н.Красовского: дискретная схема управления, предельные (конструктивные) движения, гарантированные результаты игроков.
14	Свойство стабильности в позиционных дифференциальных играх	Свойство стабильности в позиционных дифференциальных играх. Первоначальные схемы определения стабильности. Работы Н.Н. Красовского по унификации дифференциальных игр. Определения стабильности, базирующиеся на аксиоматическом подходе.
15	Стабильные мосты в дифференциальных играх	Стабильные мосты в дифференциальных играх. Множество позиционного поглощения как максимальный u -стабильный мост. Экстремальная позиционная стратегия. Теорема Н.Н. Красовского и А.И. Субботина об альтернативе.
16	Процедуры управления с поводырем	Процедуры управления с поводырем в игровых задачах управления. Различные варианты процедур управления с поводырем. Алгоритмы, лежащие в основе процедур управления с поводырем в игровых задачах управления.
17	Функция цены игры в дифференциальных играх	Функция цены игры в дифференциальных играх. Существование функции цены игры. Свойства функции цены дифференциальной игры.
18	Игровые задачи управления с фиксированным моментом окончания	Игровые задачи управления с фиксированным моментом окончания. Приближенное конструирование максимальных u -стабильных мостов на базе попятных процедур.

19	Игровые задачи управления с нефиксированным моментом окончания	Игровые задачи управления с нефиксированным моментом окончания. Специфика свойства стабильности в этих задачах. Приближенное конструирование максимальных и-стабильных мостов на базе попятных пошаговых процедур.
20	Элементы негладкого и выпуклого анализа	Элементы негладкого и выпуклого анализа в приложении к теории дифференциальных игр: различные определения касательных конусов к множествам в евклидовых пространствах, производные множества многозначных отображений и т.д.
21	Инфинитезимальное определение свойства стабильности в дифференциальных играх	Инфинитезимальное определение свойства стабильности в дифференциальных играх, базирующееся на понятии конуса Булигана. Доказательство эквивалентности инфинитезимального определения стабильности традиционным определениям стабильности. Инфинитезимальные свойства максимальных стабильных мостов в игровых задачах управления с фиксированным моментом окончания.
22	Сравнение решений игровых задач управления	Сравнение решений игровых задач управления с фиксированным и нефиксированным моментами окончания (случай стационарных конфликтно-управляемых систем). Геометрические и аналитические критерии совпадения решений. Демонстрация примеров и задач.
23	Попятные конструкции для задач с линейной динамикой	Упрощение процедур попятных конструкций для задач с линейной динамикой. Геометрическая разность двух множеств (разность Минковского) и ее свойства. Применение геометрической разности в попятных конструкциях построения стабильных мостов для линейных дифференциальных игр с фиксированным моментом окончания и выпуклым целевым множеством. Альтернированный интеграл Понтрягина.
24	Алгоритмы построения максимальных стабильных мостов для задач малой размерности	Алгоритмы построения максимальных стабильных мостов для линейных дифференциальных игр малой размерности с фиксированным моментом окончания (размерность 2 и 3 после перехода к редуцированной динамике без фазовой переменной в правой части). Апостериорная оценка результатов численных построений. Примеры численного построения максимальных стабильных мостов: линеаризованная задача воздушного перехвата, обобщенный контрольный пример Понтрягина.
25	Реализация попятных процедур построения мостов	Реализация попятных процедур построения максимальных стабильных мостов для игр с нелинейной динамикой, случай малой размерности фазового вектора. Задача игрового быстрогодействия “шофер-убийца” и ее варианты; результаты численного построения множеств уровня функции цены и оптимальных стратегий.
26	Адаптивное управление на основе методов дифференциальных игр	Адаптивное управление на основе методов дифференциальных игр для задач с неизвестным уровнем динамической помехи. Примеры численного моделирования процессов посадки

		самолета и преодоления препятствия по высоте при наличии ветровых возмущений.
27	Примеры численного решения дифференциальных игр	Примеры численного решения дифференциальных игр: задача о космическом снаряде, задача наблюдения за движением самолета в горизонтальной плоскости.

1.3. Направление, виды воспитательной деятельности и используемые технологии

Направления воспитательной деятельности сопрягаются со всеми результатами обучения компетенций по образовательной программе, их освоение обеспечивается содержанием всех дисциплин модулей.

1.4. Программа дисциплины реализуется на государственном языке Российской Федерации .

2. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Оптимальное управление

Электронные ресурсы (издания)

1. Тихомиров, В. М.; Оптимальное управление : учебное пособие.; Физматлит, Москва; 2007; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=67593> (Электронное издание)
2. , Александров, В. В.; Оптимальное управление движением : учебное пособие.; Физматлит, Москва; 2005; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82277> (Электронное издание)
3. Егоров, А. И.; Основы теории управления : монография.; Физматлит, Москва; 2007; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=76677> (Электронное издание)

Печатные издания

1. Петросян, Л. А.; Теория игр : Учеб. пособие для студ. ун-тов обуч. по спец. " Математика ".; Высш. шк. : Университет, Москва; 1998 (19 экз.)
2. Благодатских, А. И.; Сборник задач и упражнений по теории игр : учебное пособие.; Лань, Санкт-Петербург; 2014 (1 экз.)
3. Мазалов, В. В.; Математическая теория игр и приложения : учеб. пособие.; Лань, Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар; 2010 (1 экз.)
4. Субботин, А. И., Красовский, Н. Н.; Оптимизация гарантии в задачах управления; Наука, Москва; 1981 (6 экз.)
5. ; Математическая теория оптимальных процессов; Наука, Москва; 1983 (8 экз.)
6. Красовский, Н. Н.; Позиционные дифференциальные игры; Наука, Москва; 1974 (29 экз.)

Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы

<https://openedu.ru/> – национальная платформа открытого образования;

<http://www.mathnet.ru.> – общероссийский математический портал.

Материалы для лиц с ОВЗ

Весь контент ЭБС представлен в виде файлов специального формата для воспроизведения синтезатором речи, а также в тестовом виде, пригодном для прочтения с использованием экранной лупы и настройкой контрастности.

Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

<http://lib.urfu.ru> – зональная научная библиотека УрФУ

3. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Оптимальное управление

Сведения об оснащённости дисциплины специализированным и лабораторным оборудованием и программным обеспечением

Таблица 3.1

№ п/п	Виды занятий	Оснащённость специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения
1	Лекции	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная Периферийное устройство Подключение к сети Интернет	Office 365 EDUA3 ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr B Faculty EES Google Chrome
2	Консультации	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная Периферийное устройство Подключение к сети Интернет	Office 365 EDUA3 ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr B Faculty EES Google Chrome
3	Текущий контроль и промежуточная аттестация	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Периферийное устройство Подключение к сети Интернет	Office 365 EDUA3 ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr B Faculty EES Google Chrome

4	Самостоятельная работа студентов	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Периферийное устройство Подключение к сети Интернет	Office 365 EDUA3 ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr B Faculty EES Google Chrome
---	----------------------------------	--	---