

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина»

УТВЕРЖДАЮ
Директор по образовательной
деятельности

_____ С.Т. Князев
«__» _____

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА МОДУЛЯ

Код модуля	Модуль
1156757	Современные проблемы функционального анализа

Екатеринбург

Перечень сведений о рабочей программе модуля	Учетные данные
Образовательная программа 1. Современные проблемы математики	Код ОП 1. 01.04.01/33.01
Направление подготовки 1. Математика	Код направления и уровня подготовки 1. 01.04.01

Программа модуля составлена авторами:

№ п/п	Фамилия Имя Отчество	Ученая степень, ученое звание	Должность	Подразделение
1	Дейкалова Марина Валерьевна	кандидат физико-математических наук, доцент	Доцент	математического анализа
2	Филатова Мария Александровна	кандидат физико-математических наук, без ученого звания	Доцент	математического анализа

Согласовано:

Управление образовательных программ

Р.Х. Токарева

1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА МОДУЛЯ **Современные проблемы функционального анализа**

1.1. Аннотация содержания модуля

В модуль входит одна дисциплина «Современные проблемы функционального анализа». Цель курса – дать современное представление об основах анализа в бесконечномерных линейных пространствах, обобщающего как теорию линейных операторов в конечномерных пространствах, так и понятие предела последовательности и функций и других понятий, конечномерного анализа, показать применение основных понятий и методов функционального анализа к различным областям математики, научить магистрантов основополагающим принципам и фактам функционального анализа, показать разнообразие конкретных реализаций общих конструкций, обеспечить возможность дальнейшего самостоятельного освоения и применения современных методов непрерывного анализа, расширить математический кругозор, поднять уровень математической культуры за счет работы с объектами более высокого уровня абстракции по сравнению с конечномерным анализом. Курс состоит из трех частей: линейные топологические пространства, банаховы пространства и дифференциальное исчисление в нормированных пространствах. В первой части обстоятельно излагается теория линейных топологических пространств, теория локально выпуклых пространств и теория двойственности, включая основополагающие теоремы Банаха, Алаоглу, Аренса, Бурбаки, Макки и др., не рассматриваемые в общем курсе функционального анализа. Во второй части рассматриваются тонкие вопросы теории банаховых пространств, связанные с наличием базисов, совпадением для этих пространств понятий слабой компактности и секвенциальной слабой компактности, теория Эберлейна – Шмульяна, теория регуляризации и теория операторов с индексом. Третья часть посвящена изучению дифференцируемости в нормированных пространствах (дифференцируемость по Фреше и Гато) и применению этого аппарата к решению бесконечномерных экстремальных задач, в частности, в теории вариационного исчисления и оптимального управления

1.2. Структура и объем модуля

Таблица 1

№ п/п	Перечень дисциплин модуля в последовательности их освоения	Объем дисциплин модуля и всего модуля в зачетных единицах
1	Современные проблемы функционального анализа	4
ИТОГО по модулю:		4

1.3. Последовательность освоения модуля в образовательной программе

Пререквизиты модуля	Не предусмотрены
Постреквизиты и кореквизиты модуля	1. Современные научные исследования

1.4. Распределение компетенций по дисциплинам модуля, планируемые результаты обучения (индикаторы) по модулю

Перечень дисциплин модуля	Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения (индикаторы)
1	2	3
Современные проблемы функционального анализа	<p>УК-1 - Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий</p>	<p>З-1 - Демонстрировать понимание основных методов системного подхода и критического анализа проблемных ситуаций</p> <p>У-1 - Выявлять проблемные ситуации, используя методы системного подхода и критического анализа</p> <p>У-3 - Анализировать проблемную ситуацию, выявлять и определять способы ее разрешения</p> <p>П-2 - Использовать методы критического анализа и системного подхода в разработке стратегии действий для решения проблемных ситуаций, в том числе в цифровой среде</p> <p>Д-1 - Демонстрировать аналитические способности и критическое мышление</p>
	<p>ОПК-1 - Способен выявлять, формулировать и решать фундаментальные и прикладные задачи в области своей профессиональной деятельности и в междисциплинарных направлениях с использованием фундаментальных знаний и практических навыков</p>	<p>З-1 - Демонстрировать понимание фундаментальных принципов, методов и подходов к решению фундаментальных и прикладных задач в профильной области деятельности и междисциплинарных направлениях</p> <p>У-1 - Выявлять и определять цели и пути решения фундаментальных и прикладных задач в профильной области деятельности, опираясь на фундаментальные законы и принципы, с использованием соответствующих целям подходов и методов</p> <p>П-1 - Предлагать пути решения фундаментальных и прикладных задач в профильной области деятельности и междисциплинарных направлениях, опираясь на фундаментальные законы и принципы с использованием соответствующих целям подходов и методов</p>

		Д-1 - Демонстрировать аналитические умения и креативное мышление
	ПК-1 - Способен применять фундаментальные знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий	З-3 - Строго формулировать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики У-2 - Решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики в профильной области деятельности и междисциплинарных направлениях П-1 - Иметь опыт решения актуальных и значимых проблем фундаментальной, прикладной и компьютерной математики

1.5. Форма обучения

Обучение по дисциплинам модуля может осуществляться в очной формах.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Современные проблемы функционального
анализа

Рабочая программа дисциплины составлена авторами:

№ п/п	Фамилия Имя Отчество	Ученая степень, ученое звание	Должность	Подразделение
1	Глазырина Полина Юрьевна	кандидат физико-математических наук, доцент	Заведующий кафедрой	математического анализа
2	Данилин Алексей Руфимович	доктор физико-математических наук, профессор	Профессор	математического анализа
3	Филатова Мария Александровна	кандидат физико-математических наук, без ученого звания	Доцент	математического анализа

Рекомендовано учебно-методическим советом института Естественных наук и математики

Протокол № 6 от 15.10.2021 г.

1. СОДЕРЖАНИЕ И ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ

Авторы:

- Глазырина Полина Юрьевна, Заведующий кафедрой, математического анализа
- Данилин Алексей Руфимович, Профессор, математического анализа
- Филатова Мария Александровна, Доцент, математического анализа

1.1. Технологии реализации, используемые при изучении дисциплины модуля

- Традиционная (репродуктивная) технология
- Разноуровневое (дифференцированное) обучение
 - Базовый уровень

**Базовый I уровень – сохраняет логику самой науки и позволяет получить упрощенное, но верное и полное представление о предмете дисциплины, требует знание системы понятий, умение решать проблемные ситуации. Освоение данного уровня результатов обучения должно обеспечить формирование запланированных компетенций и позволит обучающемуся на минимальном уровне самостоятельности и ответственности выполнять задания;*

Продвинутый II уровень – углубляет и обогащает базовый уровень как по содержанию, так и по глубине проработки материала дисциплины. Это происходит за счет включения дополнительной информации. Данный уровень требует умения решать проблемы в рамках курса и смежных курсов посредством самостоятельной постановки цели и выбора программы действий. Освоение данного уровня результатов обучения позволит обучающемуся повысить уровень самостоятельности и ответственности до творческого применения знаний и умений.

1.2. Содержание дисциплины

Таблица 1.1

Код раздела, темы	Раздел, тема дисциплины*	Содержание
1	Топологические, метрические и линейные нормированные пространства (ТП, МП, ЛМП)	Метрические и линейные нормированные пространства: основные понятия, примеры функциональных пространств и пространств последовательностей, сходимость в МП. Ненормируемость метрического пространства с числовых последовательностей, недостаточность понятия метрического пространства при описании поточечной сходимости в пространствах функций. Топологические пространства, операторы взятия замыкания и внутренности, сходимость последовательности в ТП, топология метрических и линейных нормированных пространств, сравнение топологий, топология подпространства.
2	Элементы общей топологии, топология в метрических пространствах	Непрерывные отображения топологических пространств, гомеоморфизм. База топологии, аксиомы счётности, сепарабельность. Аксиомы отделимости. Нормальность метрических пространств, аксиомы счётности и сепарабельность в метрических пространствах. Понятие метризуемости топологического пространства, примеры неметризуемых топологических пространств. Компактность в топологических и метрических пространствах: критерий компактности в терминах центрированного семейства замкнутых подмножеств, свойства компактных подмножеств топологического пространства; разные виды компактности (секвенциальная компактность и счётная компактность, их

		эквивалентность компактности в метрических пространствах). Непрерывные образы компактных пространств, свойства отображений, непрерывных на метрических компактах. Пример топологического плотного в себе пространства, не содержащего нетривиальных сходящихся последовательностей (т.е. недостаточность понятия предела последовательности для задания топологии). Направленности, сходимости направленности, характеристика операторов замыкания и взятия внутренней в терминах направленностей, характеристика непрерывности отображения в терминах направленностей. Поднаправленности и их свойства.
3	Полнота в метрических пространствах	Полнота в метрических пространствах. Полнота пространства ограниченных функций в равномерной метрике. Пополнение метрического пространства. Полнота компактных метрических пространств. Принцип сжимающих отображений и его приложения. Принцип вложенных шаров. Теорема Бэра о категориях. Базисы Гамеля в линейных пространствах и Шаудера в линейных нормированных пространствах, несчётность базиса Гамеля в полном бесконечномерном ЛНП.
4	Линейные топологические и нормированные пространства (ЛТП и ЛНП)	Линейные топологические пространства, свойства операций сложения и умножения на скаляр в ЛТП, поглощающие множества. Нормированные и евклидовы пространства — ЛТП, критерий нормируемости (теорема А.Н. Колмогорова). Выпуклые и абсолютно выпуклые множества, полунормы и функционал Минковского. Локально выпуклые пространства (ЛВП). Полнота локально выпуклых пространств.
5	Линейные операторы и линейные функционалы в локально выпуклых пространствах	Критерии непрерывности линейного оператора в ЛТП, ЛВП. Локально выпуклое пространство линейных ограниченных операторов, равномерная и поточечная сходимости последовательности линейных ограниченных операторов, полнота пространства линейных ограниченных операторов; принцип равномерной ограниченности (теорема Банаха – Штейнгауза) и его следствия. Линейные функционалы, сопряженное пространство, общий вид линейных функционалов в классических пространствах (функциональных и в пространствах последовательностей). Теорема Хана – Банаха о продолжении линейного функционала в локально выпуклых пространствах и ее следствия. Рефлексивные пространства. Сепарабельность ЛНП, сопряженное к которому сепарабельно. Двойственность, слабая сходимости в ЛВП, критерий слабой сходимости. Слабая сходимости в линейных нормированных пространствах последовательностей. Свойства слабо сходящихся последовательностей. Слабая и *-слабая сходимости в сопряженном пространстве, *-слабая секвенциальная компактность замкнутого шара в сопряженном пространстве. Сопряженный оператор в ЛВП, ограниченность оператора, сопряженного к ограниченному оператору. Теоремы Банаха об открытом отображении, о непрерывности обратного оператора, о замкнутом графике. Пространства с базисом и сопряженные к ним. Компактные (вполне непрерывные) линейные операторы.

6	Линейные операторы в гильбертовых пространствах	Линейные неограниченные операторы в г. п. и сопряженные к ним. Симметричные и самосопряженные линейные операторы в г. п., самосопряженные расширения симметричных операторов, положительно определенные операторы; спектр самосопряженного л. о. о., спектральная теорема для неограниченных самосопряженных операторов, функциональное исчисление самосопряженных операторов; приведение оператора к виду умножения на функцию.
7	Банаховы пространства	Двойственность в нормированных пространствах и теория Эберлейна – Шмульяна, сопряженные линейные операторы, компактные операторы, базисы в банаховых пространствах, понятие регуляризующего алгоритма.
8	Операторы с индексом	Факторпространства нормированных пространств, операторы проектирования и восстановления, правые обратные операторы, банаховость факторпространства банахова пространства, операторы с индексом и их свойства, фредгольмовы операторы и их свойства.
9	Элементы дифференциального исчисления в линейных нормированных пространствах	Сильная (по Фреше) и слабая (по Гато) дифференцируемость отображений в банаховых пространствах (БП), дифференциалы Фреше и Гато; полилинейные отображения, дифференцируемость, производные и дифференциалы высших порядков отображений в БП, симметричность оператора второй производной, формула Тейлора, достаточные условия строгого локального экстремума вещественной дифференцируемой функции в БП, условия Лежандра и Якоби; теорема о неявной функции, условный экстремум вещественной дифференцируемой функции в б. п. и метод множителей Лагранжа.

1.3. Направление, виды воспитательной деятельности и используемые технологии

Направления воспитательной деятельности сопрягаются со всеми результатами обучения компетенций по образовательной программе, их освоение обеспечивается содержанием всех дисциплин модулей.

1.4. Программа дисциплины реализуется на государственном языке Российской Федерации .

2. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Современные проблемы функционального анализа

Электронные ресурсы (издания)

1. Колмогоров, А. Н.; Элементы теории функций и функционального анализа : учебник.; Физматлит, Москва; 2012; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82563> (Электронное издание)
2. Данилин, А. Р.; Функциональный анализ для магистрантов : учебное пособие.; Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, Екатеринбург; 2013; <http://www.iprbookshop.ru/66614.html> (Электронное издание)
3. Пирковский, А. Ю.; Спектральная теория и функциональные исчисления для линейных операторов : монография.; МЦНМО, Москва; 2010; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63175> (Электронное издание)

4. Федорчук, В. В.; Общая топология. Основные конструкции : учебное пособие.; Физматлит, Москва; 2006; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69332> (Электронное издание)
5. Шварц, Л., Л.; Анализ; Мир, Москва; 1972; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=441852> (Электронное издание)
6. Шварц, Л., Л.; Анализ; Мир, Москва; 1972; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=441853> (Электронное издание)
7. Владимиров, В. С.; Уравнения математической физики : учебник.; Физматлит, Москва; 2000; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68126> (Электронное издание)
8. Владимиров, В. С.; Уравнения математической физики : учебник.; Физматлит, Москва; 2000; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68126> (Электронное издание)
9. Треногин, В. А.; Функциональный анализ : учебник.; Физматлит, Москва; 2002; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82613> (Электронное издание)
10. Данфорд, Н., Н., Костюченко, А. Г.; Линейные операторы; Мир, Москва; 1974; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456615> (Электронное издание)
11. Данфорд, Н., Н., Костюченко, А. Г.; Линейные операторы; Мир, Москва; 1966; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456616> (Электронное издание)
12. Данфорд, Н., Н., Костюченко, А. Г.; Линейные операторы; Издательство иностранной литературы, Москва; 1962; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456617> (Электронное издание)
13. Глазырина, П. Ю.; Функциональный анализ. Типовые задачи : учебное пособие.; Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, Екатеринбург; 2016; <http://www.iprbookshop.ru/66213.html> (Электронное издание)
14. Ильин, А. М.; Спектральное разложение самосопряженных операторов : учебное пособие.; Издательство Уральского университета, Екатеринбург; 2018; <http://www.iprbookshop.ru/106787.html> (Электронное издание)
15. Шилов, Г. Е.; Математический анализ: второй специальный курс; Наука, Москва; 1965; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=468252> (Электронное издание)

Печатные издания

1. Садовничий, В. А.; Теория операторов : Учеб. для вузов по спец. "Математика".; Изд-во МГУ, Москва; 1986 (1 экз.)
2. Садовничий, В. А.; Теория операторов : Учеб. для студентов ун-тов и пед. вузов.; Высш. шк., Москва; 1999 (11 экз.)
3. Садовничий, В. А.; Теория операторов : Учебное пособие для вузов.; Высшая школа, Москва; 1999 (1 экз.)
4. Садовничий, В. А.; Теория операторов : [учебник для вузов с углубленным изучением математики].; Дрофа, Москва; 2004 (10 экз.)
5. Садовничий, В. А.; Теория операторов : учебник для студентов вузов, обучающихся по направлениям и специальностям физико-математического профиля.; Дрофа, Москва; 2001 (1 экз.)
6. Садовничий, В. А.; Теория операторов : [учебник для вузов по специальности "Математика"].; Издательство Московского университета, Москва; 1986 (1 экз.)
7. Данилин, А. Р.; Функциональный анализ : учеб. пособие для вузов.; Изд-во Урал. ун-та, Екатеринбург; 2007 (135 экз.)
8. Данилин, А. Р.; Функциональный анализ для магистров : учеб. пособие.; [УМЦ УПИ], Екатеринбург;

2012 (6 экз.)

9. Данилин, А. Р.; Функциональный анализ : учеб. пособие для студентов, обучающихся по программе бакалавриата по направлениям подготовки 010100 "Математика", 010200 "Математика и компьютерные науки", 010800 "Механика и математическое моделирование", 090301 "Компьютерная безопасность".; Издательство Уральского университета, Екатеринбург; 2012 (169 экз.)
10. Данилин, А. Р.; Функциональный анализ для магистрантов : учебное пособие для студентов, обучающихся по программе магистратуры по направлениям подготовки 010100 "Математика", 010200 "Математика и компьютерные науки", 010800 "Механика и математическое моделирование", 230700 "Прикладная информатика", 010300 "Фундаментальная информатика и информационные технологии", 090102 "Информационная безопасность".; Издательство Уральского университета, Екатеринбург; 2013 (75 экз.)
11. Люстерник, Л. А.; Краткий курс функционального анализа : Учеб. пособие.; Высш. шк., Москва; 1982 (7 экз.)
12. Люстерник, Л. А., Соболев, В. И.; Краткий курс функционального анализа : учеб. пособие.; Лань, Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар; 2009 (1 экз.)
13. Люстерник, Л. А.; Краткий курс функционального анализа : Учеб. пособие для вузов.; Высшая школа, Москва; 1982 (2 экз.)
14. Люстерник, Л. А.; Краткий курс функционального анализа : учеб. пособие [для вузов].; Лань, Санкт-Петербург [и др.]; 2009 (152 экз.)
15. Федорчук, В. В.; Общая топология. Основные конструкции : учеб. пособие для вузов.; Физматлит, Москва; 2006 (11 экз.)
16. Федорчук, В. В.; Общая топология. Основные конструкции : [учебное пособие для вузов по специальности "Математика"].; Издательство Московского университета, Москва; 1988 (1 экз.)
17. Рудин, У., Лин, В. Я., Горин, Е. А.; Функциональный анализ; Лань, Санкт-Петербург; 2005 (1 экз.)
18. Рудин, У., Горин, Е. А., Лин, В. Я.; Функциональный анализ; Мир, Москва; 1975 (19 экз.)
19. Шварц, Шварц Л., Пугачев, Б. П., Крейн, С. Г.; Анализ : В 2 т. Т. 1. ; Мир, Москва; 1972 (1 экз.)
20. Шварц, Шварц Л., Пугачев, Б. П., Крейн, С. Г., Иохвидов, И. С.; Анализ : В 2 т. Т. 2. ; Мир, Москва; 1972 (1 экз.)
21. Ильин, А. М.; Спектральное разложение самосопряженных операторов : учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по направлениям подготовки 01.04.01 "Математика", 01.04.03 "Механика и математическое моделирование", 02.04.01 "Математика и компьютерные науки".; Издательство Уральского университета, Екатеринбург; 2018 (10 экз.)
22. Архангельский, А. В.; Конечномерные векторные пространства; МГУ, Москва; 1982 (1 экз.)
23. Архангельский, А. В.; Конечномерные векторные пространства; Изд-во Моск. ун-та, [Москва]; 1982 (4 экз.)
24. , Головина, Л. И., Митягин, Б. С., Костюченко, А. Г.; Линейные операторы. Общая теория; Едиториал УРСС, Москва; 2004 (10 экз.)
25. Данфорд, Н., Костюченко, А. Г.; Линейные операторы : Пер. с англ. Т. 1. Общая теория; Иностранная литература, Москва; 1962 (6 экз.)
26. Данфорд, Н., Костюченко, А. Г.; Линейные операторы : Пер. с англ. Т. 3. Спектральные операторы; Мир, Москва; 1974 (3 экз.)
27. Данфорд, Н., Костюченко, А. Г.; Линейные операторы : Пер. с англ. Т. 2. Спектральная теория. Самосопряженные операторы в гильбертовом пространстве; Мир, Москва; 1966 (4 экз.)

Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы

https://elar.urfu.ru/bitstream/10995/58600/1/978-5-7996-2306-7_2018.pdf

Материалы для лиц с ОВЗ

Весь контент ЭБС представлен в виде файлов специального формата для воспроизведения синтезатором речи, а также в тестовом виде, пригодном для прочтения с использованием экранной лупы и настройкой контрастности.

Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

<http://www.edu.ru/> – Федеральный портал. Российское образование.

<http://study.urfu.ru> – портал информационно-образовательных ресурсов УрФУ

<http://lib.urfu.ru> – зональная научная библиотека ФГАОУ ВО УрФУ

<http://www.mathnet.ru/> – общероссийский математический портал

<http://biblioclub.ru> – портал-библиотека электронных книг

<http://www.elibrary.ru/> – научная электронная библиотека

<http://www.sciencedirect.com/> – сайт издательства Elsevier

3. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Современные проблемы функционального анализа

Сведения об оснащённости дисциплины специализированным и лабораторным оборудованием и программным обеспечением

Таблица 3.1

№ п/п	Виды занятий	Оснащённость специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения
1	Лекции	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная Периферийное устройство Оборудование, соответствующее требованиям организации учебного процесса в соответствии с санитарными правилами и нормами	Office 365 EDUA1 ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr Faculty EES Google Chrome

		Подключение к сети Интернет	
2	Консультации	<p>Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов</p> <p>Рабочее место преподавателя</p> <p>Доска аудиторная</p> <p>Периферийное устройство</p> <p>Подключение к сети Интернет</p>	<p>Office 365 EDUA1 ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr Faculty EES</p> <p>Google Chrome</p>
3	Текущий контроль и промежуточная аттестация	<p>Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов</p> <p>Рабочее место преподавателя</p> <p>Периферийное устройство</p> <p>Подключение к сети Интернет</p>	<p>Office 365 EDUA1 ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr Faculty EES</p> <p>Google Chrome</p>
4	Самостоятельная работа студентов	Подключение к сети Интернет	<p>Office 365 EDUA1 ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr Faculty EES</p> <p>Google Chrome</p>