

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина»

УТВЕРЖДАЮ
Директор по образовательной
деятельности

_____ С.Т. Князев
«__» _____

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА МОДУЛЯ

Код модуля	Модуль
1156730	Геометрия и топология

Екатеринбург

Перечень сведений о рабочей программе модуля	Учетные данные
Образовательная программа 1. Современные проблемы математики	Код ОП 1. 01.04.01/33.01
Направление подготовки 1. Математика	Код направления и уровня подготовки 1. 01.04.01

Программа модуля составлена авторами:

№ п/п	Фамилия Имя Отчество	Ученая степень, ученое звание	Должность	Подразделение
1	Дейкалова Марина Валерьевна	кандидат физико-математических наук, доцент	Доцент	математического анализа
2	Осипов Александр Владимирович	доктор физико-математических наук, доцент	Профессор	математического анализа
3	Сизый Сергей Викторович	доктор технических наук, доцент	Профессор	алгебры и фундаментальной информатики

Согласовано:

Управление образовательных программ

Р.Х. Токарева

1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА МОДУЛЯ Геометрия и топология

1.1. Аннотация содержания модуля

В модуль входит одна дисциплина «Геометрия и топология», состоящая из двух разделов. Раздел «Топология» посвящен изучению теории топологических пространств и общей топологии с приложениями в функциональном анализе и геометрии. В разделе «Геометрия» изучаются основы дифференциальной геометрии, теория гладких многообразий и тензорный анализ. Цель курса – ознакомить магистрантов с основами общей топологии. Рассматриваются основные топологические понятия, фундаментальные топологические операции и фундаментальные инварианты. Задача курса – дать студентам фундаментальные знания по теории топологических пространств, сформировать у них навыки использования методов общей топологии, математического анализа и функционального анализа для математического описания непрерывных процессов. Сформировать новые элементы математической культуры, способность понимать и ценить абстрактную аксиоматическую теорию.

1.2. Структура и объем модуля

Таблица 1

№ п/п	Перечень дисциплин модуля в последовательности их освоения	Объем дисциплин модуля и всего модуля в зачетных единицах
1	Геометрия и топология	4
ИТОГО по модулю:		4

1.3. Последовательность освоения модуля в образовательной программе

Пререквизиты модуля	Не предусмотрены
Постреквизиты и кореквизиты модуля	Не предусмотрены

1.4. Распределение компетенций по дисциплинам модуля, планируемые результаты обучения (индикаторы) по модулю

Таблица 2

Перечень дисциплин модуля	Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения (индикаторы)
1	2	3
Геометрия и топология	УК-1 - Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного	3-1 - Демонстрировать понимание основных методов системного подхода и критического анализа проблемных ситуаций

	<p>подхода, вырабатывать стратегию действий</p>	<p>У-1 - Выявлять проблемные ситуации, используя методы системного подхода и критического анализа</p> <p>У-3 - Анализировать проблемную ситуацию, выявлять и определять способы ее разрешения</p> <p>П-2 - Использовать методы критического анализа и системного подхода в разработке стратегии действий для решения проблемных ситуаций, в том числе в цифровой среде</p> <p>Д-1 - Демонстрировать аналитические способности и критическое мышление</p>
	<p>ОПК-1 - Способен выявлять, формулировать и решать фундаментальные и прикладные задачи в области своей профессиональной деятельности и в междисциплинарных направлениях с использованием фундаментальных знаний и практических навыков</p>	<p>З-1 - Демонстрировать понимание фундаментальных принципов, методов и подходов к решению фундаментальных и прикладных задач в профильной области деятельности и междисциплинарных направлениях</p> <p>У-1 - Выявлять и определять цели и пути решения фундаментальных и прикладных задач в профильной области деятельности, опираясь на фундаментальные законы и принципы, с использованием соответствующих целям подходов и методов</p> <p>П-1 - Предлагать пути решения фундаментальных и прикладных задач в профильной области деятельности и междисциплинарных направлениях, опираясь на фундаментальные законы и принципы с использованием соответствующих целям подходов и методов</p> <p>Д-1 - Демонстрировать аналитические умения и креативное мышление</p>

1.5. Форма обучения

Обучение по дисциплинам модуля может осуществляться в очной формах.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Геометрия и топология

Рабочая программа дисциплины составлена авторами:

№ п/п	Фамилия Имя Отчество	Ученая степень, ученое звание	Должность	Подразделение
1	Осипов Александр Владимирович	доктор физико- математических наук, доцент	Профессор	математического анализа
2	Сизый Сергей Викторович	доктор технических наук, доцент	Профессор	алгебры и фундаментальной информатики

Рекомендовано учебно-методическим советом института Естественных наук и математики

Протокол № 6 от 15.10.2021 г.

1. СОДЕРЖАНИЕ И ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ

Авторы:

- Осипов Александр Владимирович, Профессор, математического анализа
- Сизый Сергей Викторович, Профессор, алгебры и фундаментальной информатики

1.1. Технологии реализации, используемые при изучении дисциплины модуля

- Традиционная (репродуктивная) технология
- Разноуровневое (дифференцированное) обучение
 - Базовый уровень

**Базовый I уровень – сохраняет логику самой науки и позволяет получить упрощенное, но верное и полное представление о предмете дисциплины, требует знание системы понятий, умение решать проблемные ситуации. Освоение данного уровня результатов обучения должно обеспечить формирование запланированных компетенций и позволит обучающемуся на минимальном уровне самостоятельности и ответственности выполнять задания;*

Продвинутый II уровень – углубляет и обогащает базовый уровень как по содержанию, так и по глубине проработки материала дисциплины. Это происходит за счет включения дополнительной информации. Данный уровень требует умения решать проблемы в рамках курса и смежных курсов посредством самостоятельной постановки цели и выбора программы действий. Освоение данного уровня результатов обучения позволит обучающемуся повысить уровень самостоятельности и ответственности до творческого применения знаний и умений.

1.2. Содержание дисциплины

Таблица 1.1

Код раздела, темы	Раздел, тема дисциплины*	Содержание
1	Введение. Основные определения	Топология. Открытые множества. Базис. Вторая аксиома счетности. Замкнутые множества. Окрестность точки и множества. Фундаментальная система окрестностей. Первая аксиома счетности. Точка прикосновения. Операция замыкания. Открытое ядро. Плотные и нигде не плотные множества. Сепарабельность. Внутренность множества. Граница. Первая и вторая категории.
2	Секвенциальность. Свойство Фреше – Урысона	Предел последовательности. Секвенциальность. Свойство Фреше – Урысона. Фильтры. Точка прикосновения и предел фильтра.
3	Непрерывные отображения	Непрерывные отображения. Секвенциальная непрерывность. Прообраз топологии. Гомеоморфизм. Топологический инвариант. Факторные, открытые и замкнутые отображения.
4	Проективные и индуктивные топологии	Проективные и индуктивные топологии. Верхние и нижние грани. Подпространства и фактор-пространства. Произведение и топологическая сумма. Слабые топологии. Произведения и диагональные произведения отображений. Борелевские множества.
5	Аксиомы отделимости	Аксиомы отделимости. Хаусдорфовы, вполне регулярные и нормальные пространства. Поведение (сохранение) аксиом при топологических операциях. Теорема Титце – Урысона.

6	Метризуемость	Метризуемость. Метрическая топология. Ограниченность и полная ограниченность. Полнота и пополнение. Теорема Бэра о категориях. Теорема Урысона о метризации. Метризуемость счетного произведения.
7	Компактность и локальная компактность	Компактность и локальная компактность. Счетная и секвенциальная компактность. Компактность в метрических пространствах. Теорема Тихонова. Теорема Александра. Кардинальнозначные инварианты. Вес, характер, плотность, числа Суслина и Линделефа.
8	Связность	Связность. Локальная связность. Линейная связность. Произведение связных пространств.
P2.1.	Гладкие многообразия	Понятие многообразия, атласы, карты, гладкие структуры, топологические и дифференцируемые многообразия. Примеры многообразий, конфигурационные пространства систем. Подмногообразия, индуцированные структуры. Гладкие функции на многообразии и гладкое разбиение единицы.
P2.2.	Погружения и вложения	Гладкие отображения, ранг отображения, вложения и погружения, понятие поверхности в многообразии. Теорема Сарда.
P2.3.	Расслоенные многообразия	Произведения многообразий и понятие расслоенного многообразия. Касательное пространство к многообразию и касательное расслоение. Риманова метрика. Ориентация многообразий. Параллелизуемые многообразия, сферы Милнора.
P2.4.	Векторные и тензорные поля	Тензорное произведение векторных пространств. Векторные и тензорные поля вдоль многообразий. Тензорные расслоения. Внешняя алгебра, внешние дифференциальные формы. Тензоры и формы кривизны.
P2.5.	Линейная связность	Понятие линейной связности. Связность в расслоениях. Тензор кривизны риманова пространства, скалярные кривизны.
P2.6.	Параллелизм, геодезические	Параллельный перенос векторных полей. Геодезические кривые, их внутреннее задание. Поверхности в евклидовых пространствах. Ковариантное дифференцирование тензорных полей. Связности, согласованные с метрикой.

1.3. Направление, виды воспитательной деятельности и используемые технологии

Направления воспитательной деятельности сопрягаются со всеми результатами обучения компетенций по образовательной программе, их освоение обеспечивается содержанием всех дисциплин модулей.

1.4. Программа дисциплины реализуется на государственном языке Российской Федерации .

2. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Геометрия и топология

Электронные ресурсы (издания)

1. Александров, П. С.; Введение в теорию множеств и общую топологию : монография.; Физматлит, Москва; 2009; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=477738> (Электронное издание)
2. Федорчук, В. В.; Общая топология. Основные конструкции : учебное пособие.; Физматлит, Москва; 2006; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69332> (Электронное издание)
3. Бурбаки, Н., Н., Крачковский, С. Н., Райков, Д. А.; Общая топология: основные структуры : монография.; Наука, Москва; 1968; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=112130> (Электронное издание)
4. Бурбаки, Н., Н., Райков, Д. А.; Общая топология: использование вещественных чисел в общей топологии. Функциональные пространства. Сводка результатов. Словарь; Наука, Москва; 1975; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=453138> (Электронное издание)
5. Робертсон, А. П.; Топологические векторные пространства; Мир, Москва; 1967; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=446156> (Электронное издание)
6. Сизый, С. В.; Лекции по дифференциальной геометрии : учебное пособие.; Физматлит, Москва; 2007; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69328> (Электронное издание)
7. Сизый, С. В.; Лекции по теории чисел : учебное пособие.; Физматлит, Москва; 2008; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68386> (Электронное издание)

Печатные издания

1. Александров, П. С.; Введение в теорию множеств и общую топологию : учебное пособие для студентов математических специальностей вузов.; ЛКИ, Москва; 2008 (10 экз.)
2. Федорчук, В. В.; Общая топология. Основные конструкции : учеб. пособие для вузов.; Физматлит, Москва; 2006 (11 экз.)
3. Александров, П. С., Урысон, П. С.; Мемуар о компактных топологических пространствах : [монография].; ФИЗМАТЛИТ, Москва; 2009 (1 экз.)
4. Александров, П. С.; Мемуар о компактных топологических пространствах; Физматлит, Москва; 2009 (1 экз.)
5. Бурбаки, Н., Крачковский, С. Н., Райков, Д. А.; Общая топология. Использование вещественных чисел в общей топологии. Функциональные пространства. Сводка результатов. Словарь; Наука, Главная редакция физико-математической литературы, Москва; 1975 (10 экз.)
6. Энгелькинг, Р., Архангельский, А. В., Антоновский, М. Я.; Общая топология; Мир, Москва; 1986 (2 экз.)
7. Архангельский, А. В.; Основы общей топологии в задачах и упражнениях; Наука, Москва; 1974 (4 экз.)
8. Дубровин, Б. А.; Современная геометрия. Методы теории гомологий; Наука, Москва; 1984 (3 экз.)
9. Дубровин, Б. А.; Современная геометрия. Методы и приложения : [учебное пособие для физико-математических специальностей университетов].; Наука, Москва; 1986 (3 экз.)
10. Постников, М. М.; Линейная алгебра и дифференциальная геометрия : учебное пособие.; Наука, Москва; 1979 (1 экз.)
11. Александров, П. С., Урысон, П. С.; Мемуар о компактных топологических пространствах : [монография].; ФИЗМАТЛИТ, Москва; 2009 (1 экз.)
12. Базылев, В. Т.; Геометрия дифференцируемых многообразий : [учебное пособие для математических специальностей вузов].; Высшая школа, Москва; 1989 (1 экз.)

Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы

<http://www.sciencedirect.com/> – сайт издательства Elsevier

<http://www.mathnet.ru/> – общероссийский математический портал

Материалы для лиц с ОВЗ

Весь контент ЭБС представлен в виде файлов специального формата для воспроизведения синтезатором речи, а также в тестовом виде, пригодном для прочтения с использованием экранной лупы и настройкой контрастности.

Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

<http://www.edu.ru/> – Федеральный портал. Российское образование.

<http://study.urfu.ru> – портал информационно-образовательных ресурсов УрФУ

<http://lib.urfu.ru> – зональная научная библиотека ФГАОУ ВО УрФУ

<http://www.mathnet.ru/> – общероссийский математический портал

<http://biblioclub.ru> – портал-библиотека электронных книг

<http://www.elibrary.ru/> – научная электронная библиотека

3. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Геометрия и топология

Сведения об оснащённости дисциплины специализированным и лабораторным оборудованием и программным обеспечением

Таблица 3.1

№ п/п	Виды занятий	Оснащённость специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения
1	Лекции	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная Периферийное устройство Подключение к сети Интернет	Office 365 ProPlusEdu ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr STUUseBnft Student EES Google Chrome
2	Консультации	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов	Office 365 ProPlusEdu ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr STUUseBnft Student EES Google Chrome

		<p>Рабочее место преподавателя</p> <p>Доска аудиторная</p> <p>Периферийное устройство</p> <p>Подключение к сети Интернет</p>	
3	Текущий контроль и промежуточная аттестация	<p>Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов</p> <p>Рабочее место преподавателя</p> <p>Периферийное устройство</p> <p>Подключение к сети Интернет</p>	<p>Office 365 ProPlusEdu ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr STUUseBnft Student EES</p> <p>Google Chrome</p>
4	Самостоятельная работа студентов	<p>Подключение к сети Интернет</p>	<p>Office 365 ProPlusEdu ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr STUUseBnft Student EES</p> <p>Google Chrome</p>